

PRETHODNO NAPREGNUTE KONSTRUKCIJE

**Predavanja
2022/2023**

PI - Uvodno predavanje

Prof. dr Radmila Sindić-Grebović

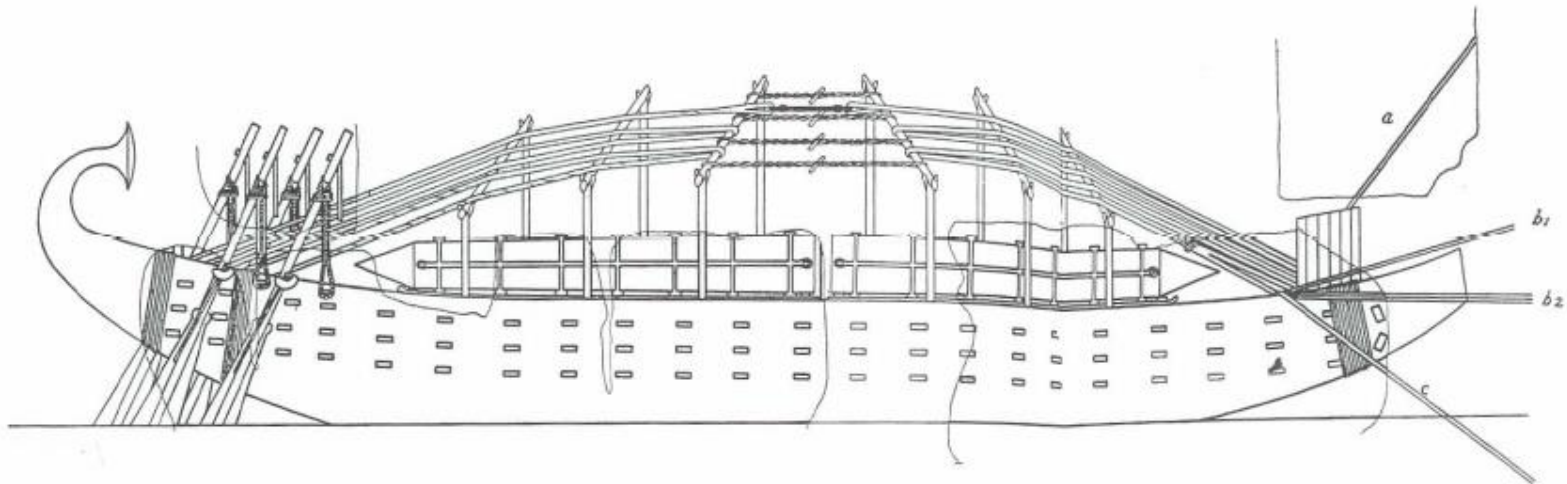
Osnovni koncept prethodnog naprezanja - primjeri



- **Žice točka na biciklu** su prethodno zategnute. Time se kompenzuju naponi usljed spoljašnjeg opterećenja točka.

- **Zategnut obruč** izaziva pritisak u zidu bureta. Taj napon je suprotnog smjera u odnosu na napon usljed dejstva tečnosti u buretu.

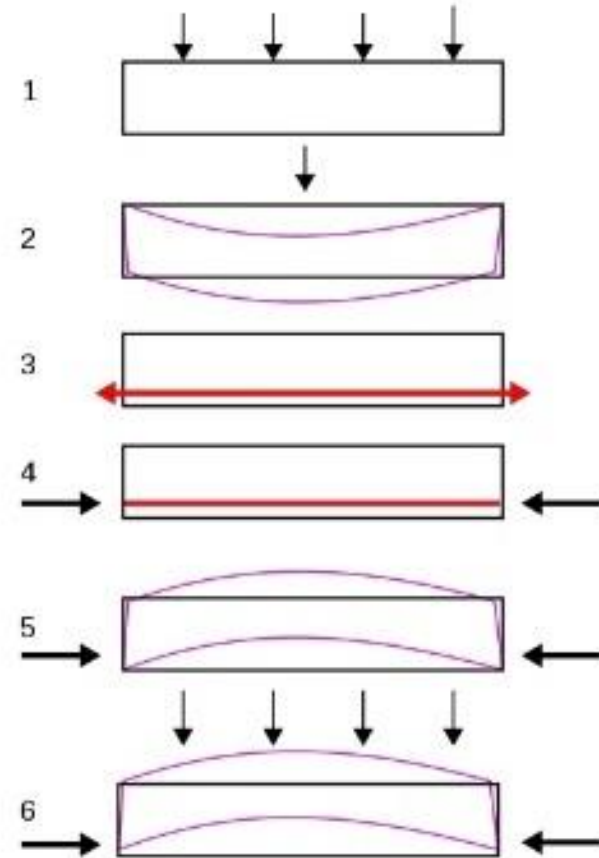
- **Egipatski brod**, građen prije 3500 godina, u kome su trup, stubovi i konopci oblikovani tako da spriječe negativnu krivinu trupa.



Prethodno naprezanje u građevinskim konstrukcijama

Prethodno naprezanje predstavlja namjerno izazivanje samo-uravnoteženog stanja napona u konstrukciji, prije njenog stavljanja u upotrebu. Unose se naponi usmjereni suprotno od napona usljed eksploatacionog opterećenja.

Koncept prethodnog naprezanja je primjenljiv na konstrukcijama od različitih materijala – drveta, metala, zidanih i betonskih elemenata. Koristi se u malim objektima i velikim strukturama.



Prethodno naprezanje u armiranobetonskim konstrukcijama

U armiranobetonskom presjeku naponi pritiska se povjeravaju betonu, dok se za prihvatanje napona zatezanja koristi čelik, odnosno armatura.

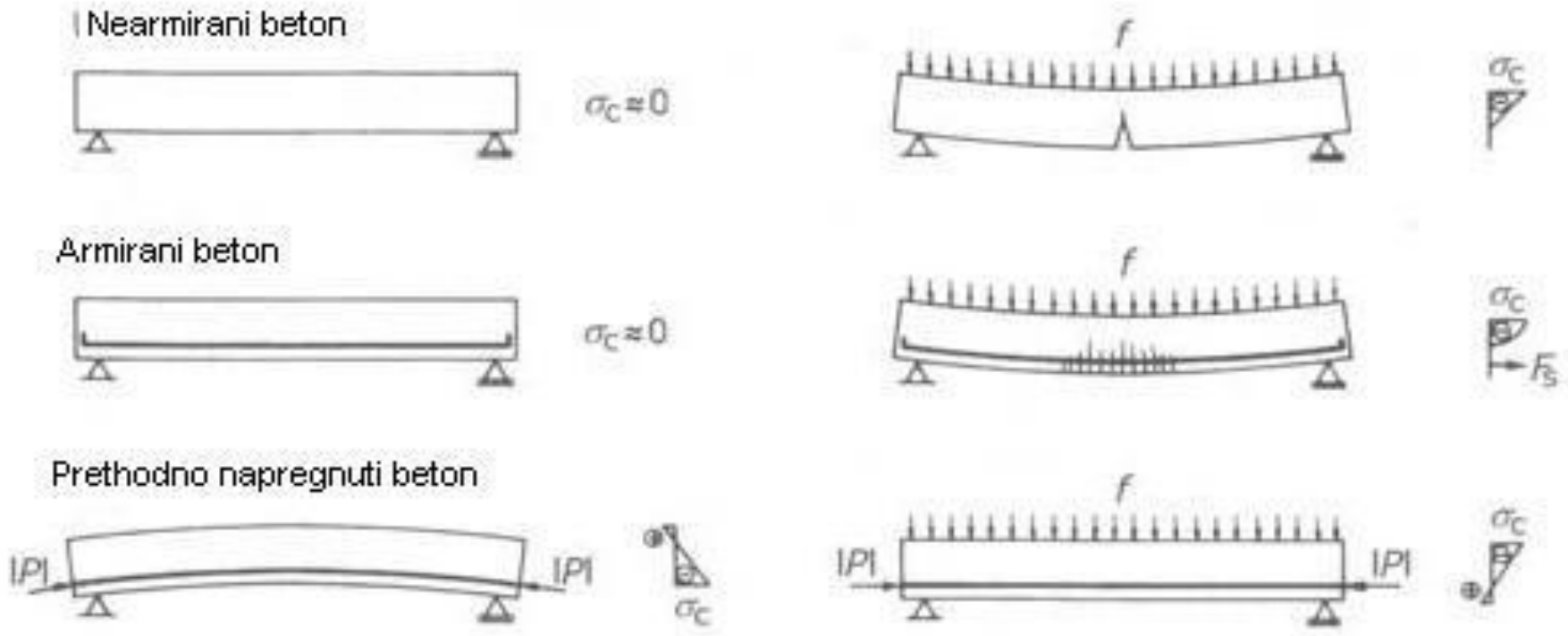
Puno angažovanje armature moguće je tek nakon pojave prslina u betonu. Relativna deformacija koja odgovara iskorišćenom naponu u zategnutom čeliku je 20 puta veća nego deformacija betona pri pojavi prsline. Da bi se postiglo stanje deformacija čelika za prenos sile zatezanja, neizbježno je širenje prslina u zategnutoj zoni betona.

Nedostaci klasično armiranog betona su razlozi za prethodno naprezanje:

- neizbježna pojava prslina u zategnutom betonu
- pojava prslina znatne širine
- neiskorišćenost betona u zategnutoj zoni
- velike dimenzije poprečnog presjeka

Prethodnim naprezanjem se unose naponi odgovarajućeg intenziteta i raspodjele, tako da djeluju suprotno od napona usljed spoljašnjeg opterećenja, čime se dobija povoljnije naponsko stanje nego kod klasične armiranobetonske konstrukcije.

Cilj prethodnog naprezanja je ograničiti napone zatezanja u betonu.



Prethodno naprezanje ima višestruku ulogu u konstrukciji

Efekti prethodnog napreznja se koriste u eksploataciji, kao i tokom građenja. Prethodno naprezanje može biti od suštinskog značaja za funkcionalnost i stabilnost konstrukcije. Primjenom prethodnog napreznja mogu se uprostiti spojevi, poboljšati svojstva povećanjem krutosti i ograničiti prsline.

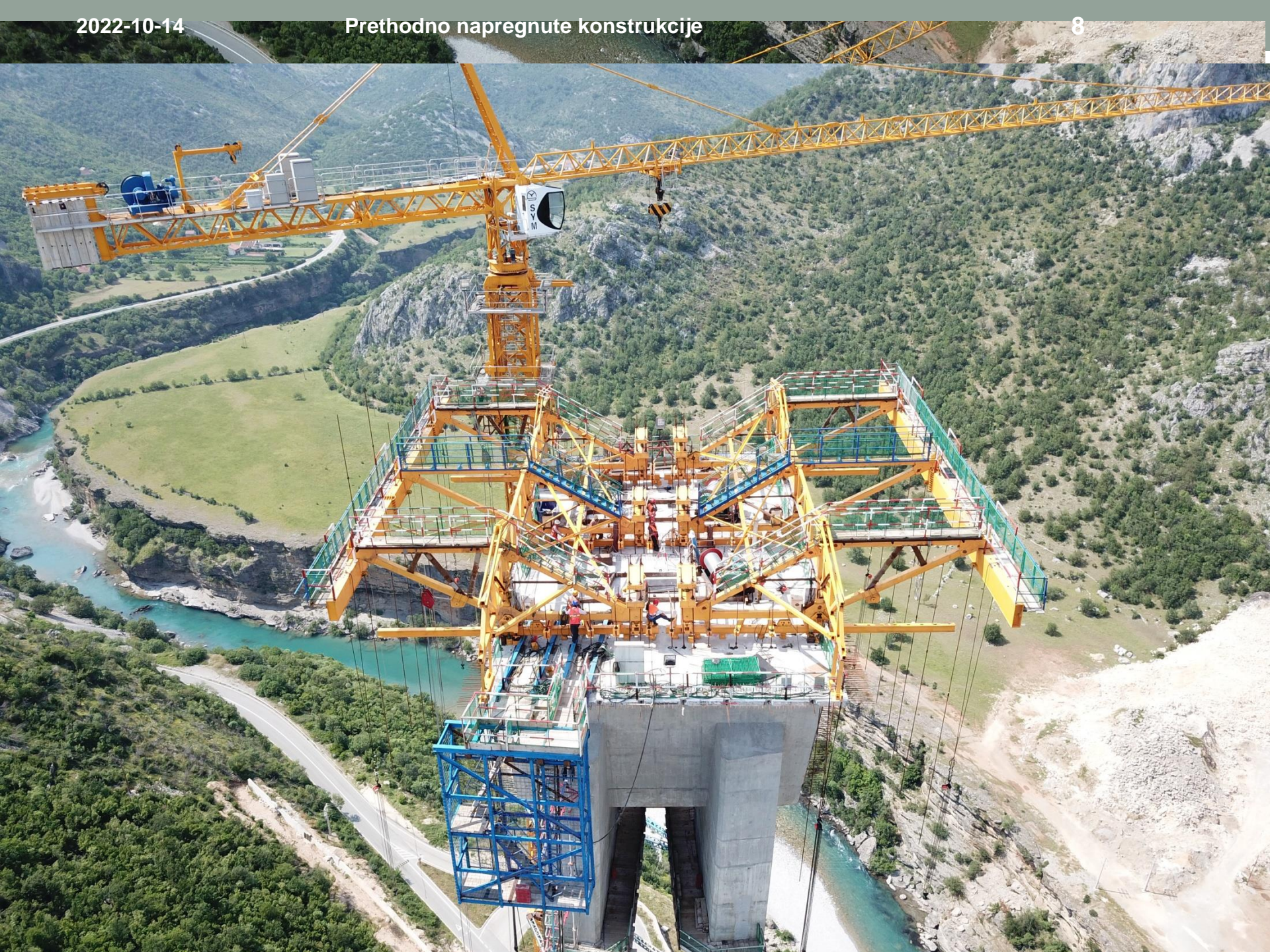
Primjer: Prethodno naprezanje se koristi za povezivanje i pridržavanje elemenata pri segmentnom građenju, kao i za prihvatanje opterećenja pri eksploataciji.



Most Moračica na autoputu Bar-Boljare (tokom građenja 2019)

Prethodno napregnut u dvije faze: pri povezivanja segmenata pri građenju i za prijem eksploatacionog opterećenja.





2022-10-14





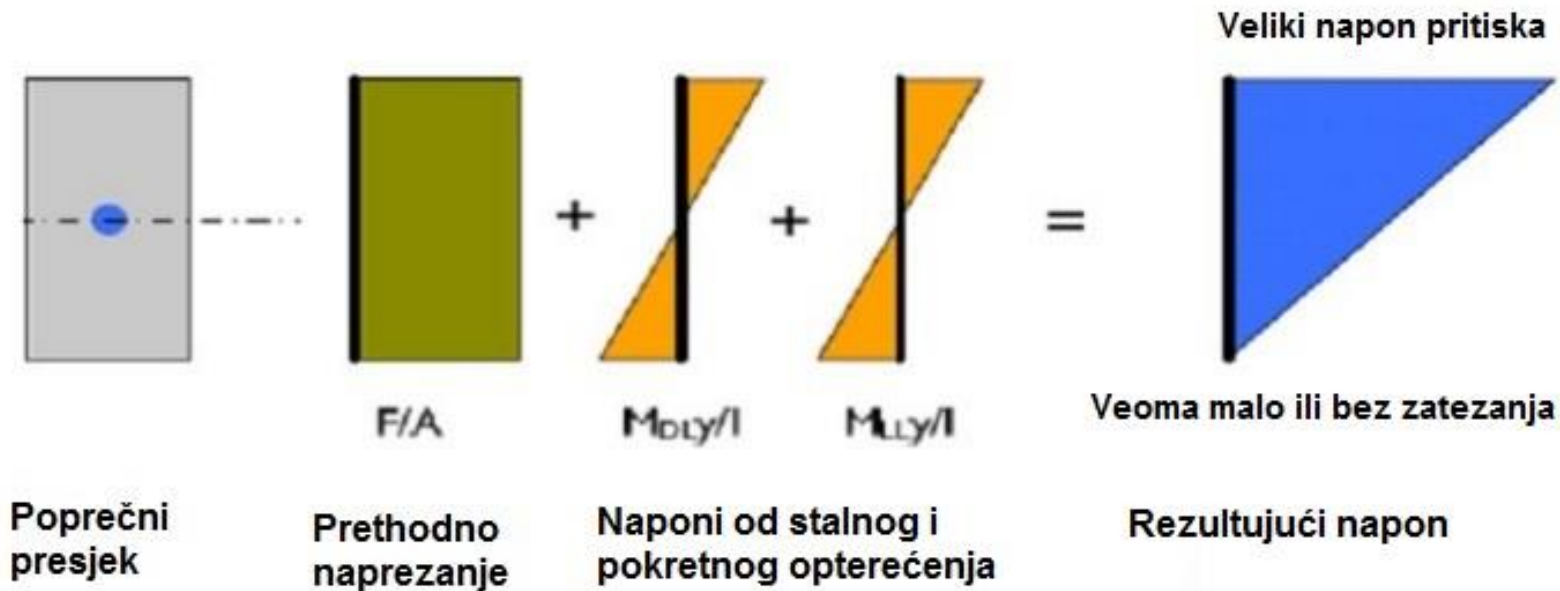




2022-10-14

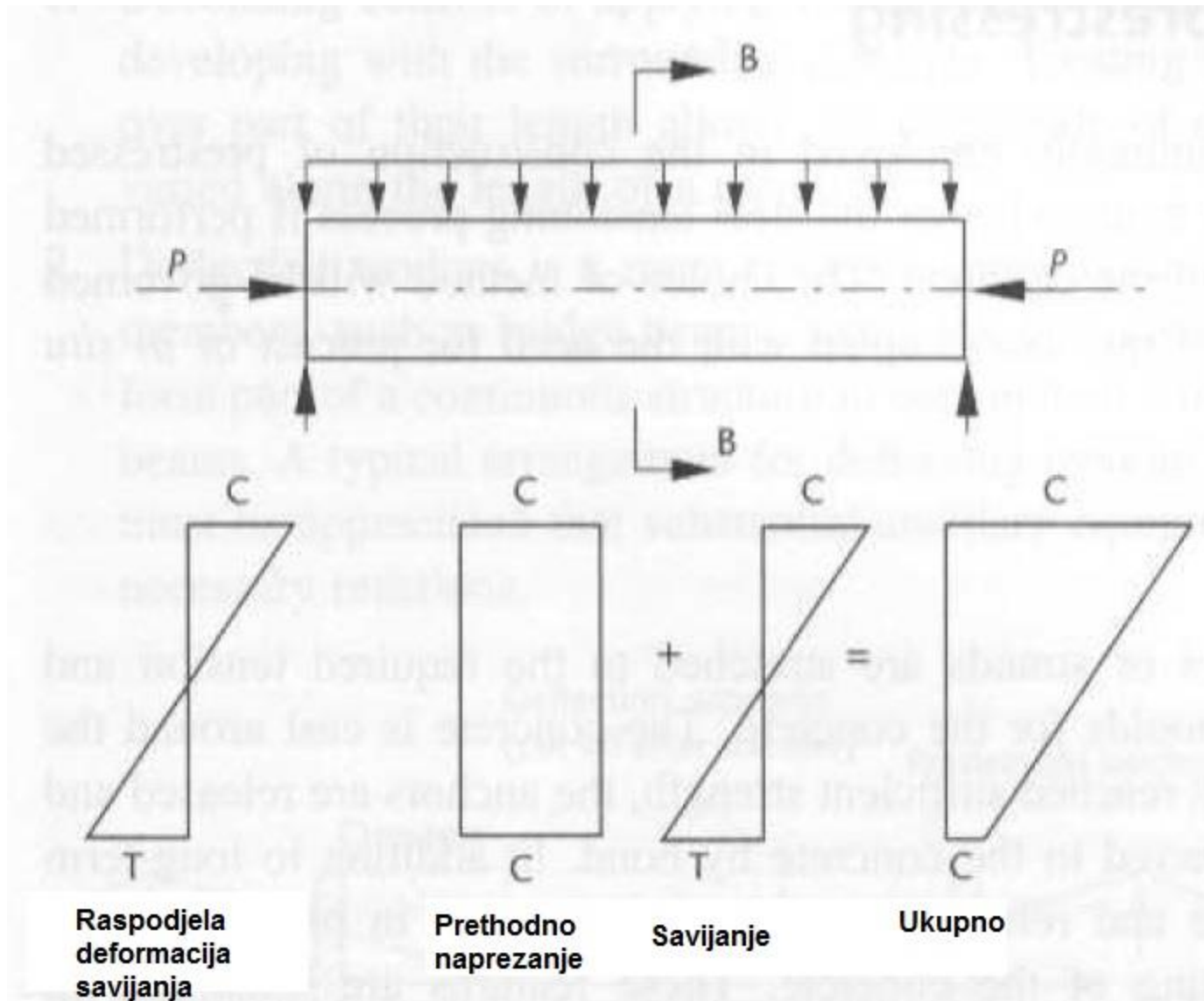


Princip prethodnog naprezanja

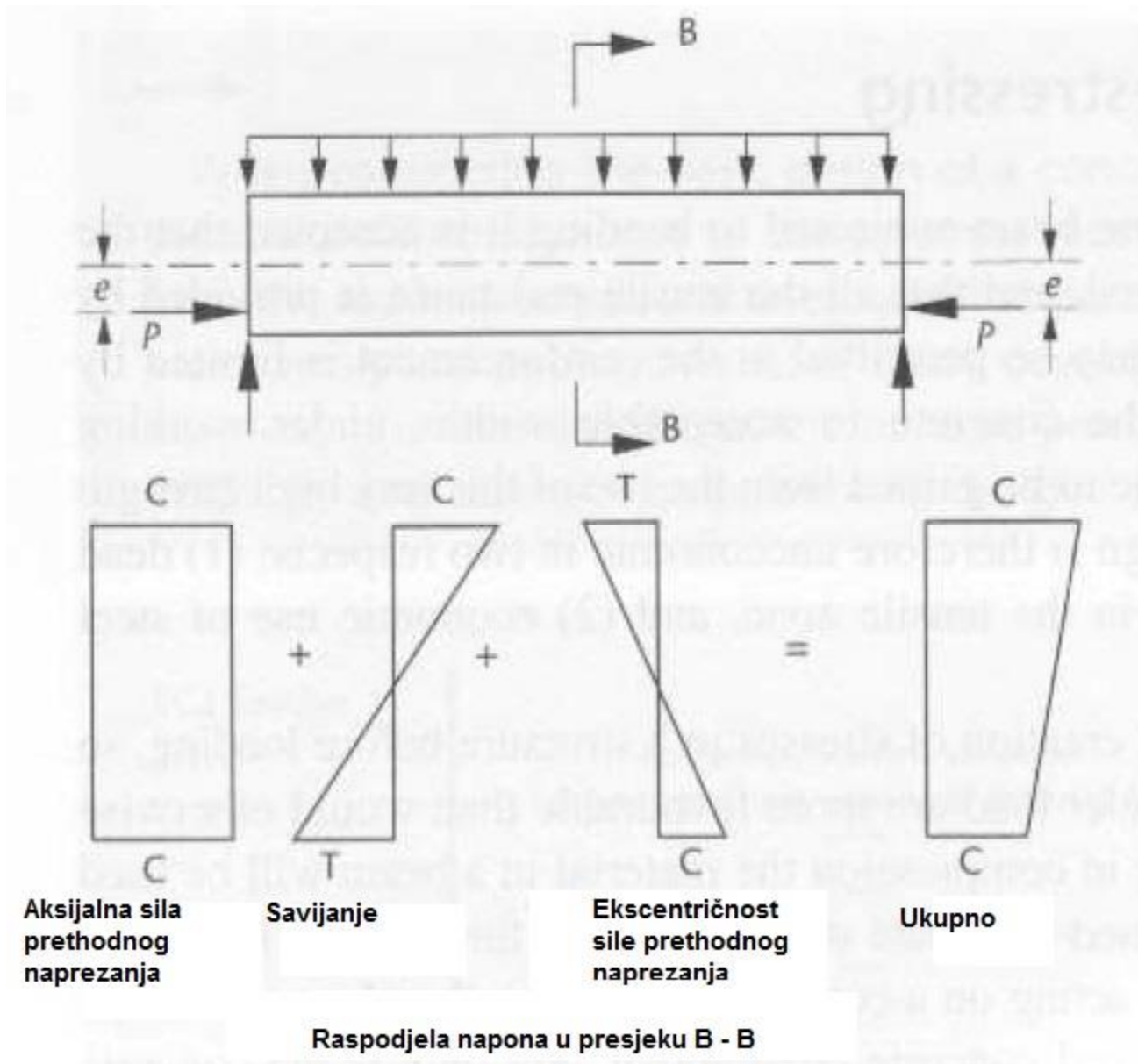


Prethodnim naprezanjem može se ostvariti stanje napona pritiska u cijelom poprečnom presjeku.

Centrično dejstvo sile prethodnog naprezanja



Ekscentrično dejstvo sile prethodnog naprezanja



Prednosti prethodnog naprezanja

- potpuno balansiranje stalnog opterećenja prethodnim naprezanjem;
- veći kapacitet nosivosti za promjenljivo opterećenje;
- izbjegavanje ili znatno smanjenje prslina - smanjenje korozije – povećana trajnost;
- smanjenje ugiba, poboljšanje funkcionalnosti;
- veća iskorišćenost betonskog presjeka – korišćenje materijala visokih čvrstoća;
- upotreba manje količine materijala;
- savladavanje većih raspona;
- tanji presjeci - estetski efektnije i ekonomičnije konstrukcije;
- povećanje nosivosti na smicanje;
- bolje ponašanje pri dinamičkim dejstvima i zamoru;
- pogodnost za izradu rezervoara i drugih konstrukcija pod pritiskom;
- pogodno za nuklearna postrojenja;
- moguća je prefabrikacija

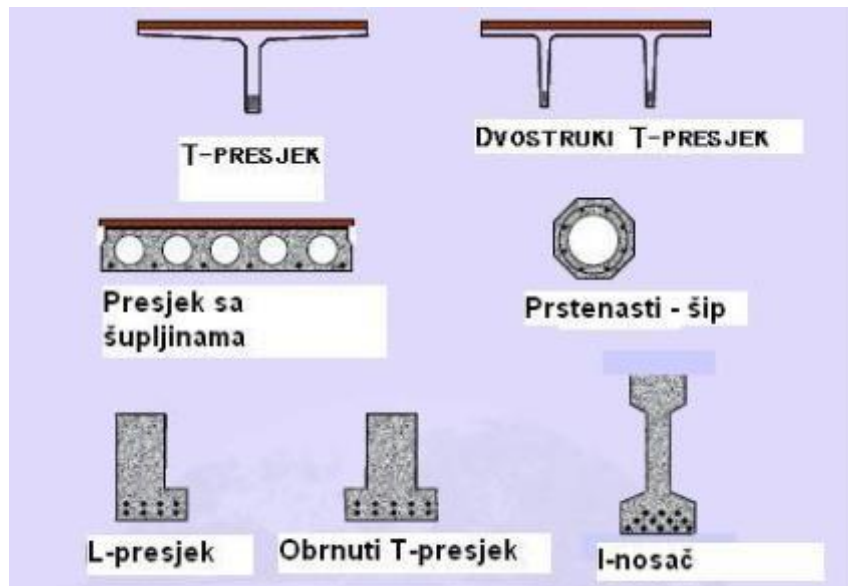
Prethodno naprezanje se koristi i za rekonstrukciju i ojačanje konstrukcija jer se njime može postići utezanje.

Prethodno naprezanje – za izradu prefabrikovanih konstrukcija

Povoljni efekti:

- Brža izgradnja
- Bolji kvalitet konstruktivnih elemenata
- Manji troškovi održavanja
- Pogodnost izrade tipskih konstrukcija
- Višestruka upotreba oplata što doprinosi znatnoj uštedi

Poprečni presjeci prethodno napregnutih prefabrikovanih elemenata



Prethodno napregnuti prefabrikovani elementi - primjeri primjene



Pristanište Pusan (Busan) u Južnoj Koreji

Dimenzije: 350x50m

Ugrađeno: 100 prethodno napregnutih šipova, 800 ploča (8x4m) i 500 vertikalnih panela (22x1.6m)

15000m³ betona visoke čvrstoće; 791 tona čelika za prethodno naprežanje

U zgradama:

- ploče
- grede
- stubovi
- fasadni elementi
- smičući zidovi



Specifičnosti primjene prethodnog naprezanja

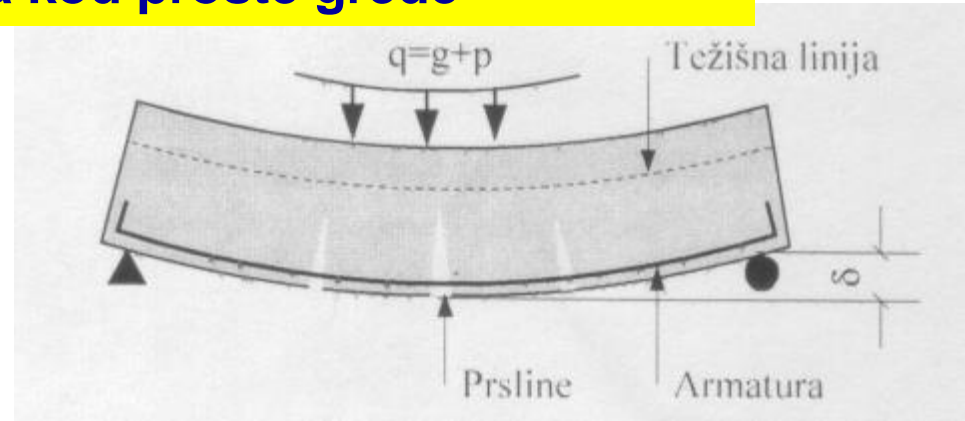
- Potrebna je radna snaga veće stručnosti i tehnološka obučenosti čime se povećavaju troškovi izrade
- Neophodna je upotreba materijala većeg kvaliteta što može povećati troškove
- Pomoćna oprema za prethodno naprezanje predstavlja dodatni trošak
- Kontrola kvaliteta i nadzor su od posebnog značaja i takođe zahtijevaju veću stručnost



Efekti prethodnog naprežanja kod proste grede

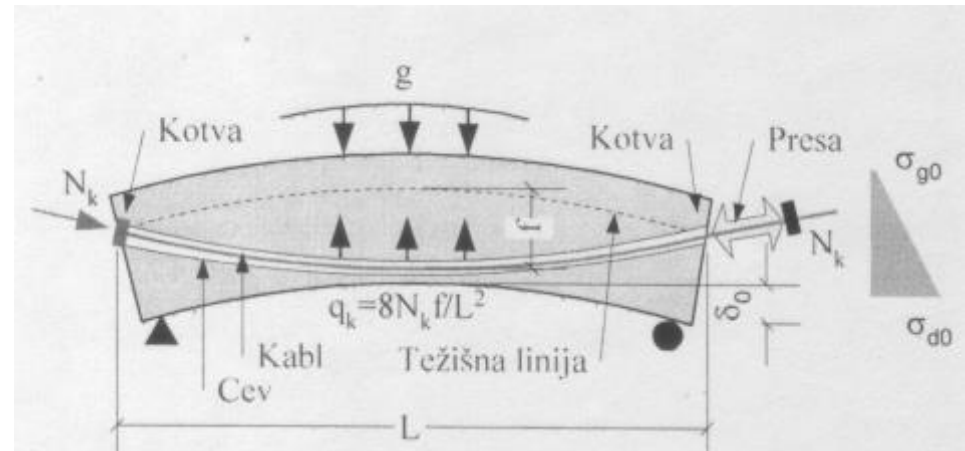
Klasično armirana prosta greda pod dejstvom jednako podijeljenog opterećenja:

- pojavile su se prsline
- greda ima ugib δ



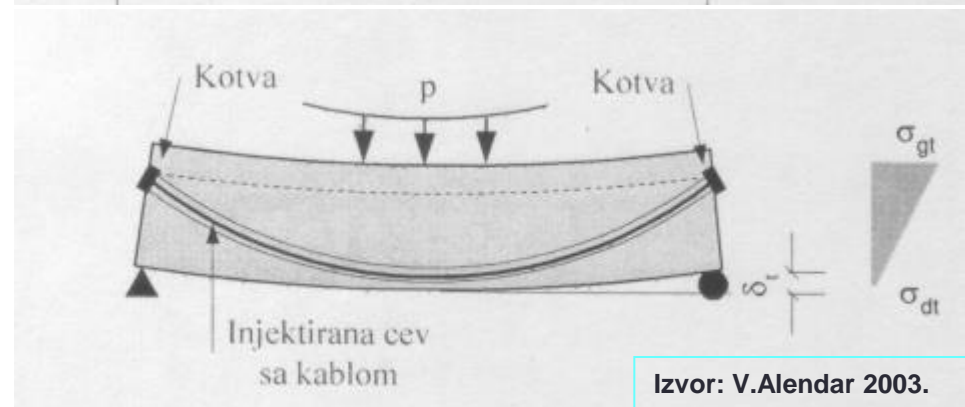
Prethodno napregnuta greda – u početnom stanju t_0 :

Sila u kablju po paraboličnoj putanji izaziva pojavu skretnih sila koje daju efekte jednako podijeljenog opterećenja q_k i kontra-ugib δ_0 .

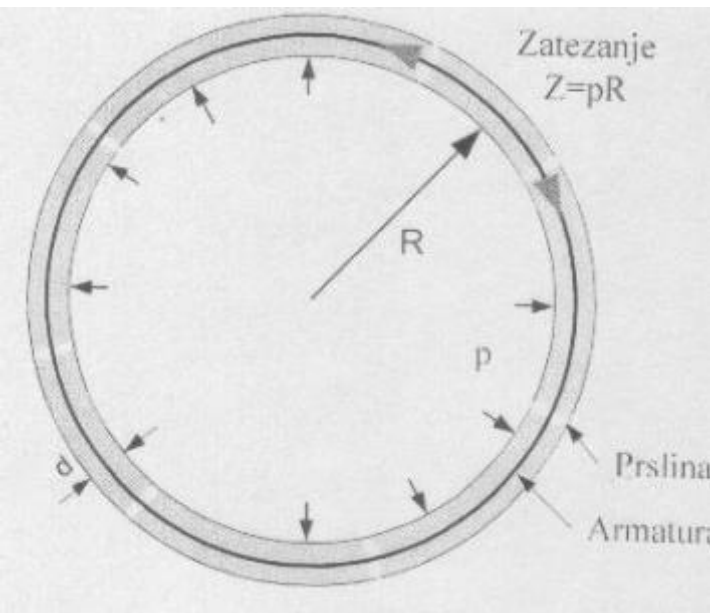


Prethodno napregnuta greda - u krajnjem stanju u trenutku t:

Cio presjek je pritisnut. Nema pojave prsline. Konačan ugib je znatno manji nego u slučaju klasično armirane grede.



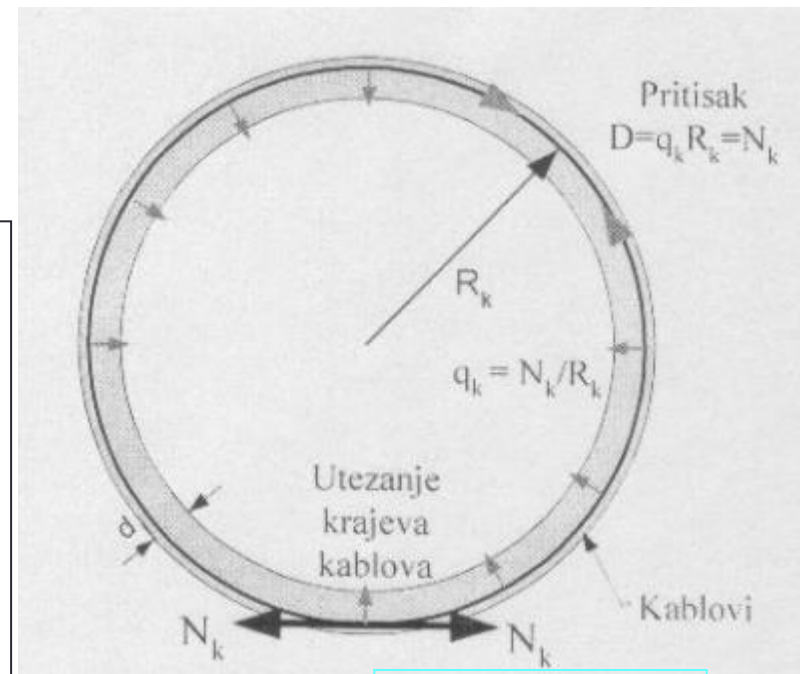
Efekti prethodnog naprezanja kružnog presjeka - rezervoara



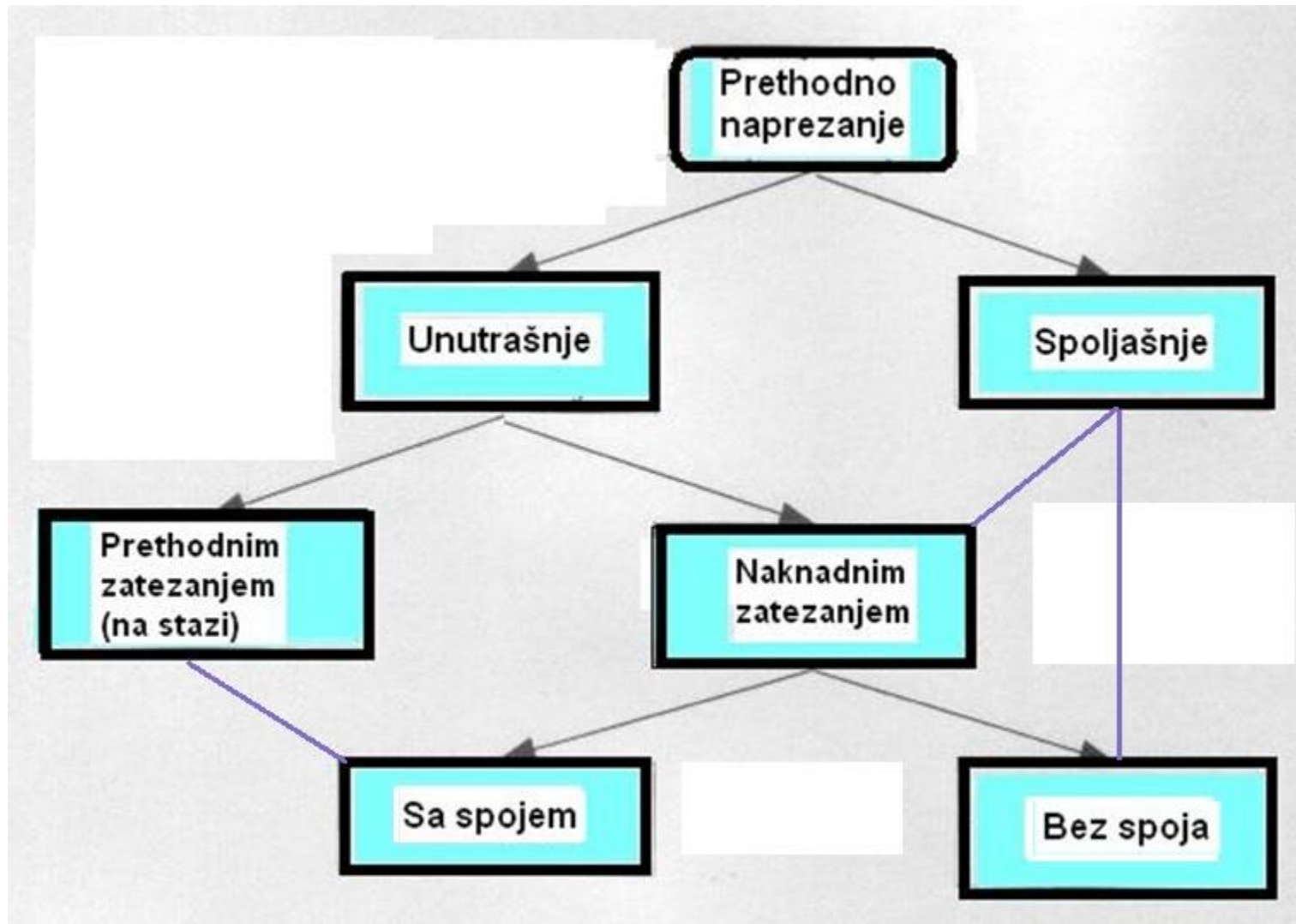
U rezervoaru kružnog poprečnog presjeka koji je ispunjen tečnošću, pritisak p djeluje na zidove rezervoara što, u prstenastom elementu zida jedinične visine, izaziva silu zatezanja $Z=pR$.

Prethodnim naprezanjem silom N_k stvaraju se radijalni pritisci $q_k=N_k/R_k$, odnosno sila pritiska u zidu, $D= q_k R_k$

Ako je $D>Z$ u zidu će postojati rezerva pritiska, pa neće doći do pojave prslina.

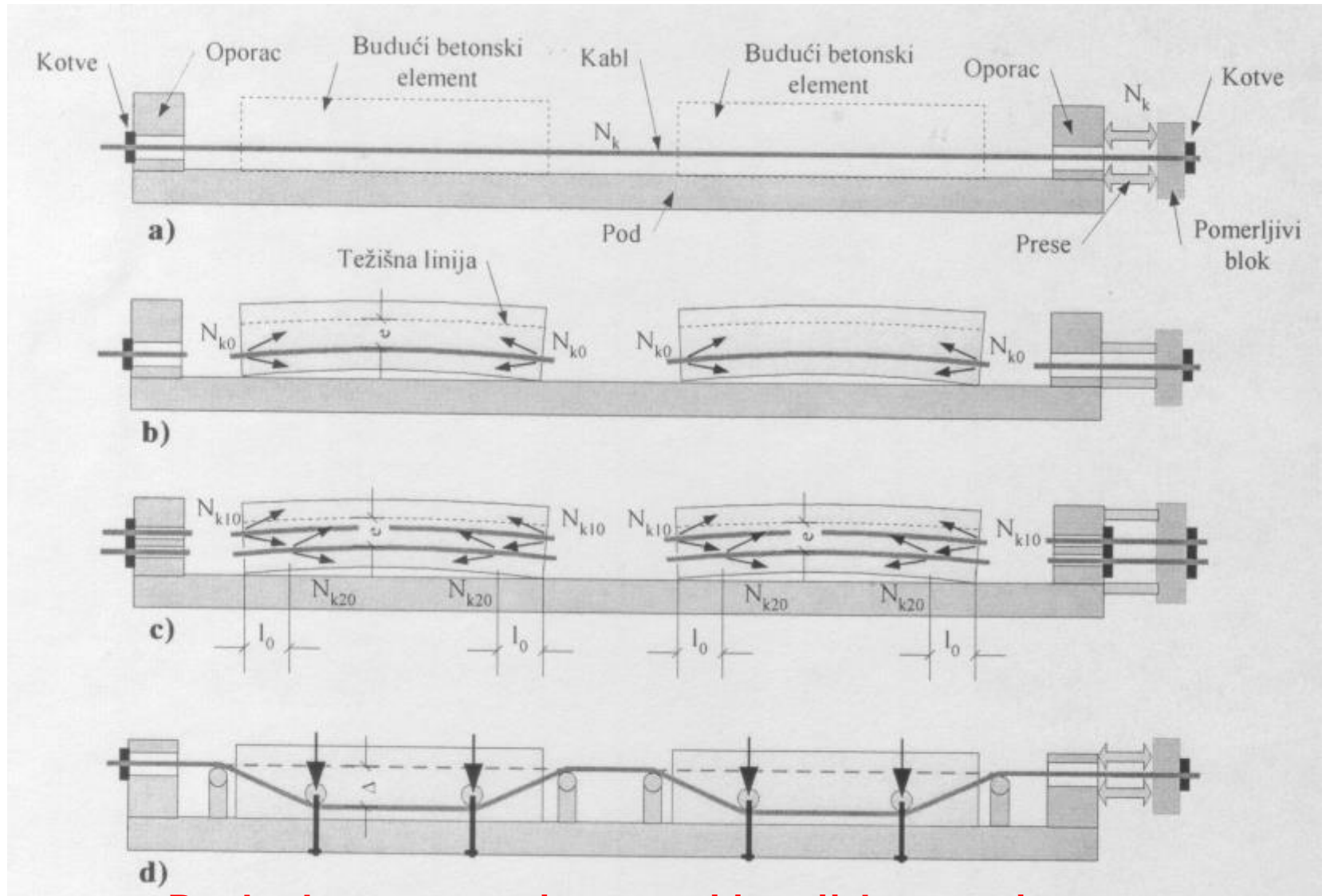


Vrste prethodnog naprezanja



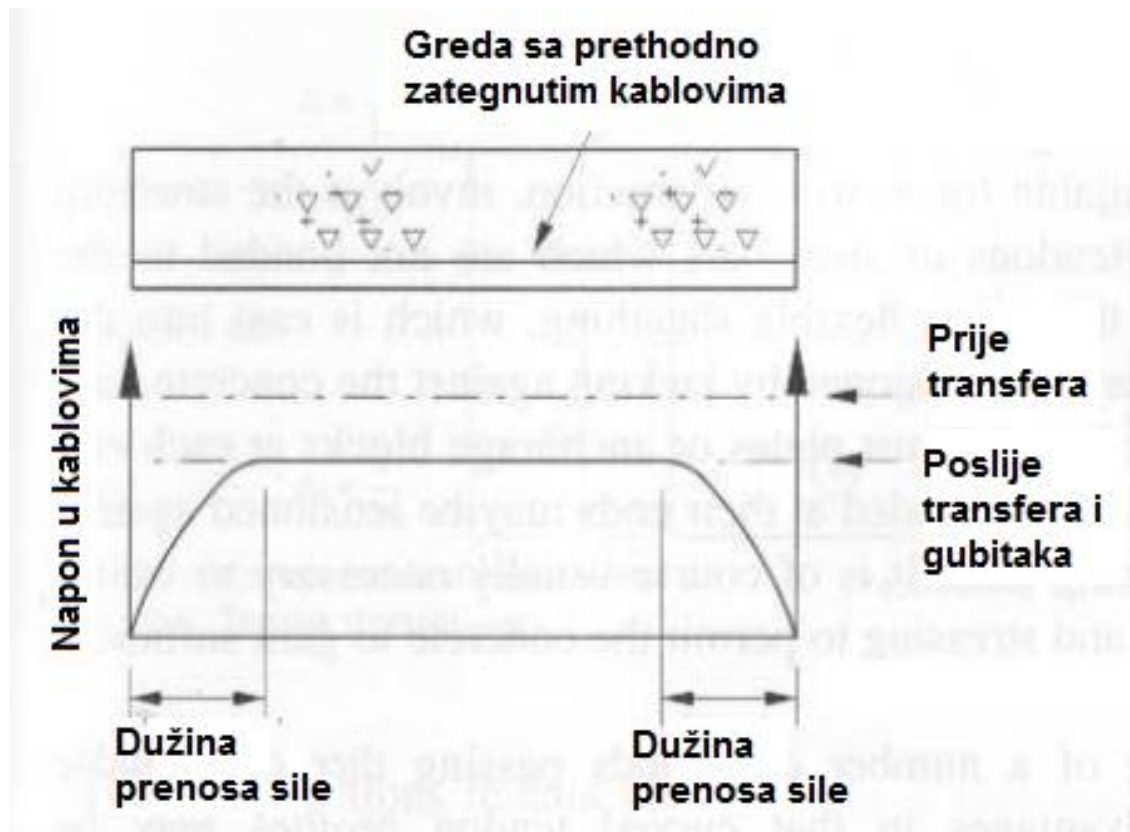
Unutrašnje

Prethodno naprežanje prethodnim zatezanjem – na stazi



Prethodno naprežanje na stazi je uvijek sa spojem.

Naponi u kablovima za prethodno naprezanje prethodnim zatezanjem na stazi – prenos sile prijanjanjem



Unutrašnje**Prethodnim zatezanjem – “na stazi”**

Primjeri:

Prethodno nap. paneli



Željeznički pragovi

**Naknadnim zatezanjem
unutar presjeka**

Unutrašnje

1. Sa spojem između kablova i betona

- **Ostvaruje se monolitan spoj između čelika za prethodno naprezanje i betona**
 - kod prethodnog naprezanja na stazi gdje se sila iz čelika na beton prenosi prijanjanjem;
 - kod naknadnog zatezanja gdje se popunjavanjem prostora između zida zaštitne cijevi i kabla injektiranjem postiže spoj između čelika i betona.

Unutrašnje ili spoljašnje

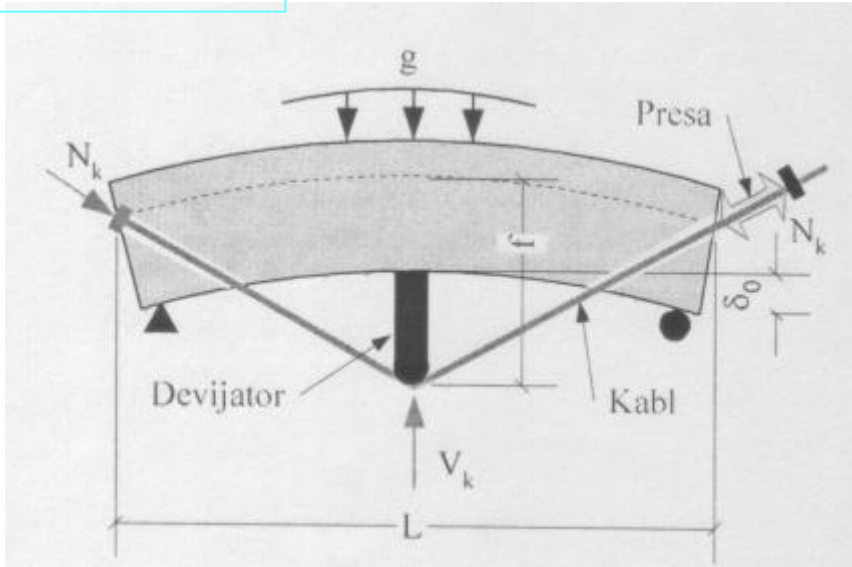
2. Bez spoja između kablova i betona

- **Ne ostvaruje se monolitan spoj između čelika za prethodno naprezanje i betona**
 - zaštita kablova se ostvaruje premazivanjem mastima, a kanal se ne popunjava masom koja očvršćava;
 - kod prethodnog naprezanja kablovima izvan presjeka.

Spoljašnje

Naknadnim zatezanjem kablovima izvan presjeka

Izvor: V.Alendar 2003.



Prednosti prethodnog naprezanja kablovima izvan presjeka:

1. Može se postići veći ekscentricitet kablova, čime se postiže veći efekat prethodnog naprezanja.
2. Kablovi su dostupni kontroli i mogu se po potrebi zamijeniti.



Spoljašnje

Kablovi se pružaju unutar sandučastog presjeka, a kod greda punog poprečnog presjeka nalaze se izvan nosača.



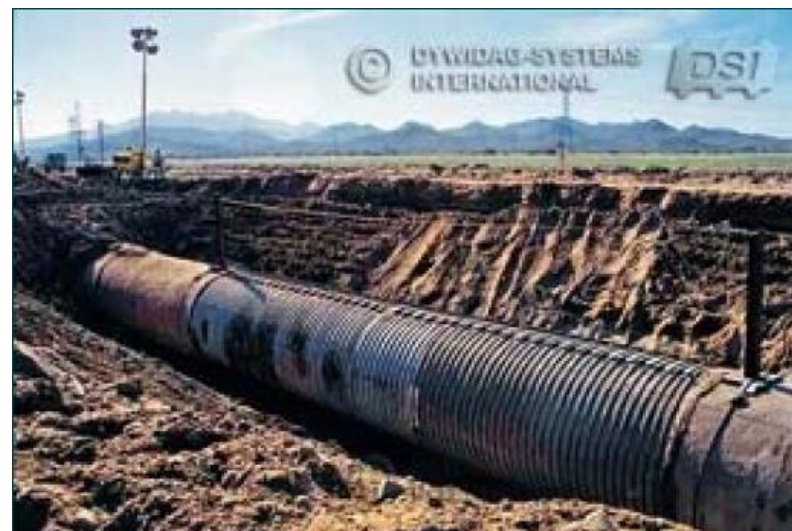
Vrste prethodnog naprezanja

Prema obliku elementa koji se prethodno napreže

Linearno



Kružno

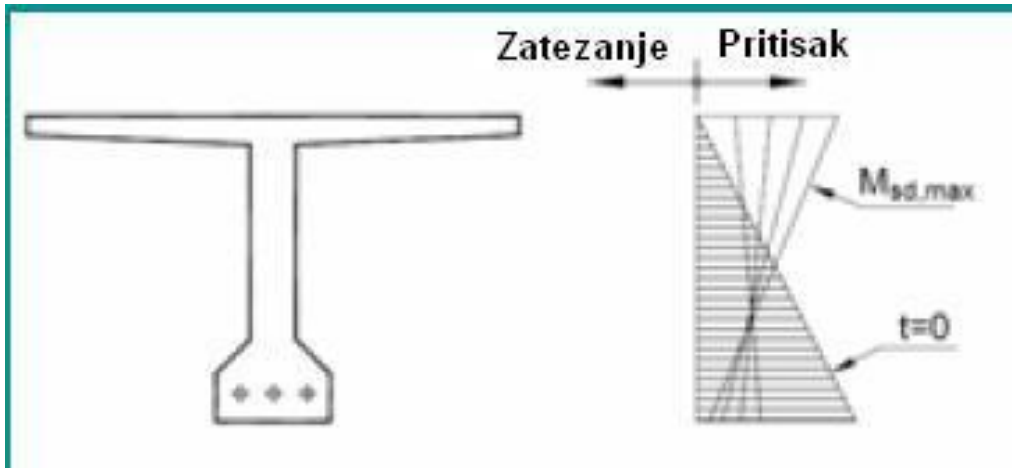


Vrste prethodnog naprezanja

Prema stepenu prethodnog naprezanja

Potpuno prethodno naprezanje

- Predstavlja stepen prethodnog naprezanja pri kome se u elementima i konstrukcijama pri najnepovoljnijim kombinacijama dejstava u fazi eksploatacije **ne pojavljuju naponi zatezanja u betonu**.



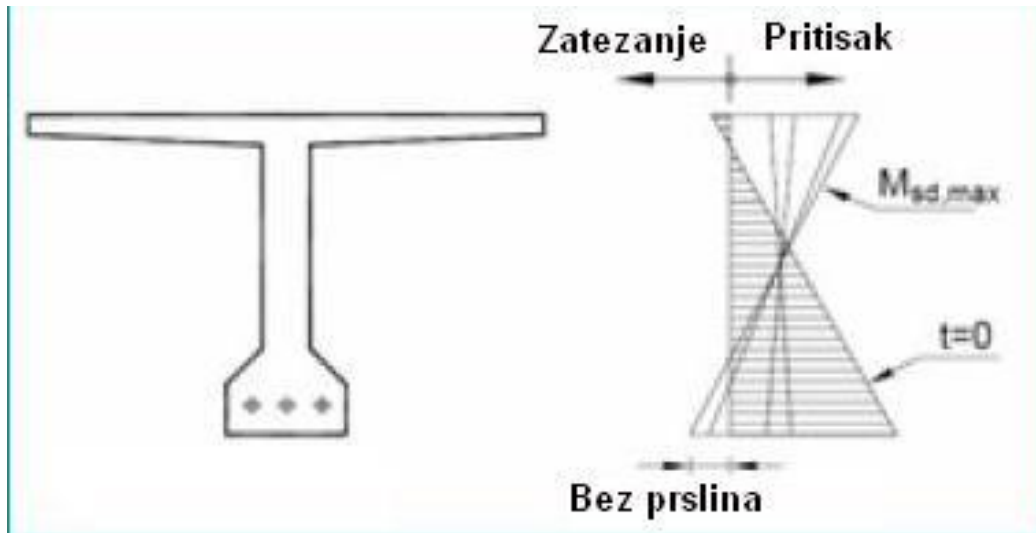
Stepen prethodnog naprezanja $k=1.0$

$$k = \frac{M_{dek}}{M_G + M_Q} = 1.0$$



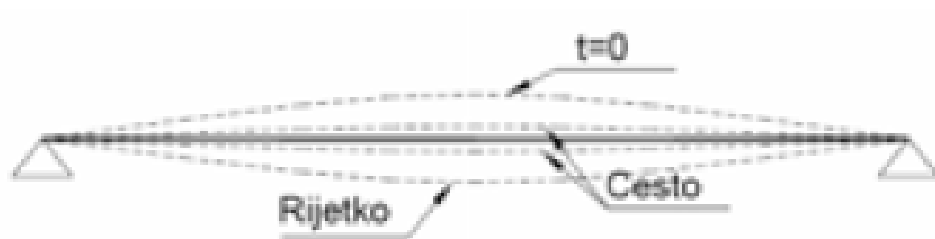
Ograničeno prethodno naprezanje

- Predstavlja stepen prethodnog naprezanja pri kome se za najnepovoljniju kombinaciju dejstava u toku građenja i u toku eksploatacije u betonu mogu pojaviti **normalni naponi zatezanja** ali takvi da budu **najviše jednaki graničnim naponima**.



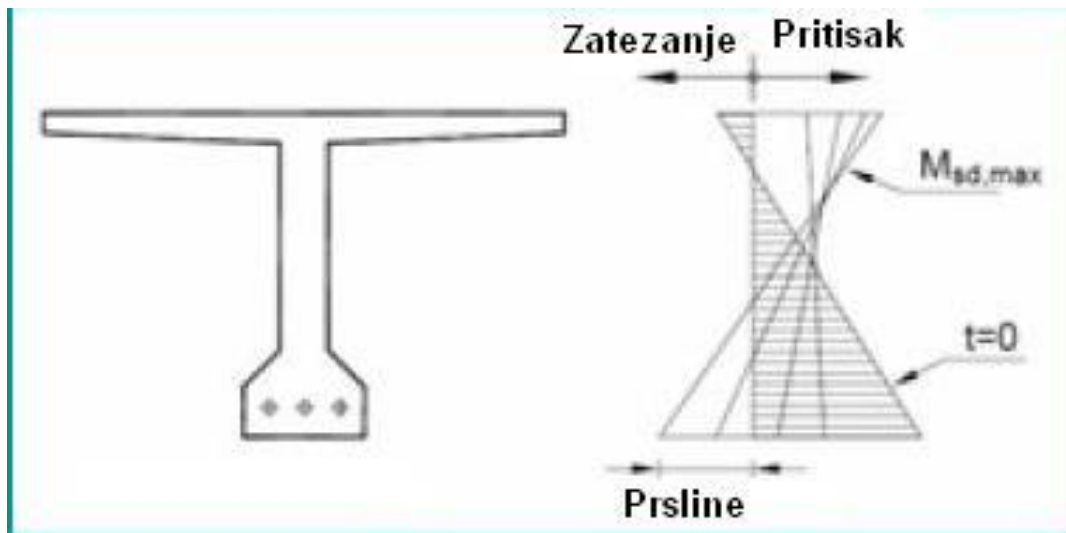
Stepen prethodnog naprezanja $k < 1.0$

$$k = \frac{M_{dek}}{M_G + M_Q} < 1.0$$



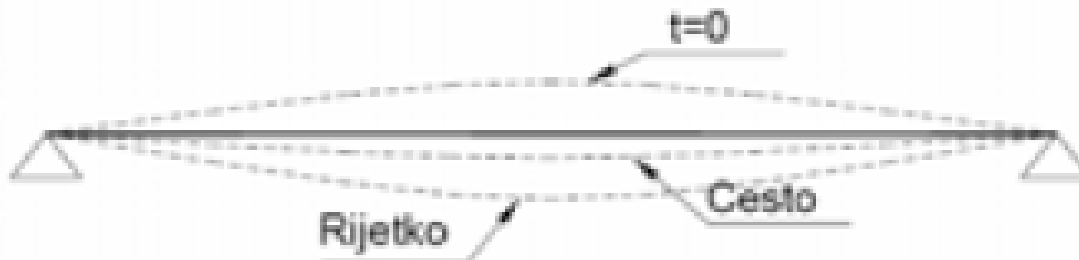
Parcijalno prethodno naprezanje

- Predstavlja stepen prethodnog naprezanja pri kome se za određenu najnepovoljniju kombinaciju dejstava u toku građenja i u toku eksploatacije javlja zatezanje u betonu veće od graničnog pa se **u betonu mogu pojaviti prsline**.



Stepen prethodnog naprezanja $0.4 < k < 0.7$

$$0.4 < k = \frac{M_{dek}}{M_G + M_Q} < 0.7$$



MATERIJALI

za prethodno napregnute

konstrukcije

Efekti prethodnog naprezanja armirano betonskih konstrukcija su mogući ako se koriste materijali (čelik i beton) visokih mehaničkih karakteristika.

Karakteristike materijala koji se najčešće koriste:

Čelik za prethodno naprezanje čvrstoće pri zatezanju 1770 – 1860 MPa.

Beton čvrstoće pri pritisku veće od 40 MPa.

BETON

EN 1992-1-1

- **Klasifikacija:**

- Klase čvrstoće (C)**

- **Klasa čvrstoće:** određuje se prema karakterističnoj čvrstoći pri pritisku izmjerenoj na cilindrima 15/30 cm (f_{ck}) ili kockama ivice 15cm ($f_{ck, cube}$) sa fraktilom 5%
- Klase čvrstoće su:

Od C12/15 do C90/105*

(*preporučena C_{max} ; daje se Nacionalnim aneksom)

- **Čvrstoća betona pri starosti manjoj ili većoj od 28 dana može se odrediti pomoću izraza datih u EN 1992-1-1. Tačnije vrijednosti treba odrediti ispitivanjem, naročito za $t \leq 3$ dana.**

Zahtjevi u pogledu kvaliteta betona za prethodno naprezanje

EN 1992-1-1

EN 1992-2

➤ Čvrstoća pri pritisku

min C25/30 za naknadno zatezanje

min (C30/37) za prethodno zatezanje

min(C30/37) za mostove

Ostali važniji zahtjevi

➤ Malo skupljanje i tečenje

➤ Vodonepropusnost

U zonama gdje se javljaju veća naprezanja treba koristiti beton veće čvrstoće (zona sidrenja, npr.)

EN 1992-1-1

Čvrstoća betona pri pritisku pri starosti različitoj od 28 dana

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8 \text{ MPa} \quad \text{za } 3 < t < 28 \text{ dana}$$

$$f_{ck}(t) = f_{ck} \quad \text{za } t \geq 28 \text{ dana}$$

Čvrstoća betona pri pritisku, pri starosti t (dana), zavisi od vrste cementa, temperature i uslova njege betona.

Za srednju temperaturu od 20°C i njegu prema EN 12390, srednja vrijednost čvrstoće betona pri pritisku za različite starosti određuje se prema izrazima:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad \beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\}$$

$f_{cm}(t)$ srednja vrijednost čvrstoće betona pri pritisku u starosti t dana

f_{cm} srednja vrijednost čvrstoće betona pri pritisku u starosti 28 dana

$\beta_{cc}(t)$ koeficijent koji zavisi od starosti betona

s koeficijent koji zavisi od vrste cementa

EN 1992-1-1

| | Strength classes for concrete | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|------|-----|------|-----|-----|
| f_{ck} (MPa) | 12 | 16 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| $f_{ck,cube}$ (MPa) | 15 | 20 | 25 | 30 | 37 | 45 | 50 | 55 | 60 | 67 | 75 | 85 | 95 | 105 |
| f_{cm} (MPa) | 20 | 24 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 | 78 | 88 | 98 |
| f_{ctm} (MPa) | 1,6 | 1,9 | 2,2 | 2,6 | 2,9 | 3,2 | 3,5 | 3,8 | 4,1 | 4,2 | 4,4 | 4,6 | 4,8 | 5,0 |
| $f_{ctk,0,05}$ (MPa) | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,8 | 2,0 | 2,2 | 2,5 | 2,7 | 2,9 | 3,0 | 3,1 | 3,2 | 3,4 | 3,5 |
| $f_{ctk,0,95}$ (MPa) | 2,0 | 2,5 | 2,9 | 3,3 | 3,8 | 4,2 | 4,6 | 4,9 | 5,3 | 5,5 | 5,7 | 6,0 | 6,3 | 6,6 |
| E_{cm} (Gpa) | 27 | 29 | 30 | 31 | 32 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 41 | 42 | 44 |
| ϵ_{c1} (‰) | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 2,1 | 2,2 | 2,25 | 2,3 | 2,4 | 2,45 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,8 |
| ϵ_{cu1} (‰) | 3,5 | | | | | | | | | 3,2 | 3,0 | 2,8 | 2,8 | 2,8 |
| ϵ_{c2} (‰) | 2,0 | | | | | | | | | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| ϵ_{cu2} (‰) | 3,5 | | | | | | | | | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 |
| n | 2,0 | | | | | | | | | 1,75 | 1,6 | 1,45 | 1,4 | 1,4 |
| ϵ_{c3} (‰) | 1,75 | | | | | | | | | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 2,2 | 2,3 |
| ϵ_{cu3} (‰) | 3,5 | | | | | | | | | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 |

| Klase čvrstoće betona | | | | | | | | | | | | | | | Analitički izraz/objašnjenje |
|-----------------------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|-----|------|-----|-----|--|
| f_{ck} (MPa) | 12 | 16 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 70 | 80 | 90 | |
| $f_{ck,cube}$ (MPa) | 15 | 20 | 25 | 30 | 37 | 45 | 50 | 55 | 60 | 67 | 75 | 85 | 95 | 105 | |
| f_{cm} (MPa) | 20 | 24 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 | 78 | 88 | 98 | $f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa) |
| f_{ctm} (MPa) | 1,6 | 1,9 | 2,2 | 2,6 | 2,9 | 3,2 | 3,5 | 3,8 | 4,1 | 4,2 | 4,4 | 4,6 | 4,8 | 5,0 | $f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{2/3} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$ |
| $f_{ctk,0,05}$ (MPa) | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,8 | 2,0 | 2,2 | 2,5 | 2,7 | 2,9 | 3,0 | 3,1 | 3,2 | 3,4 | 3,5 | $f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ 5% fraktil |
| $f_{ctk,0,95}$ (MPa) | 2,0 | 2,5 | 2,9 | 3,3 | 3,8 | 4,2 | 4,6 | 4,9 | 5,3 | 5,5 | 5,7 | 6,0 | 6,3 | 6,6 | $f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ 95% fraktil |
| E_{cm} (GPa) | 27 | 29 | 30 | 31 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 41 | 42 | 44 | $E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)]^{0,3}$ (f_{cm} u MPa) |
| ϵ_{ct} (‰) | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 2,1 | 2,2 | 2,25 | 2,3 | 2,4 | 2,45 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,8 | videti sliku 3.2 $\epsilon_{ct} (\text{‰}) = 0,7 f_{cm}^{0,31} < 2,8$ |
| ϵ_{cu1} (‰) | | | | | 3,5 | | | | | 3,2 | 3,0 | 2,8 | 2,8 | 2,8 | videti sliku 3.2 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu1} (\text{‰}) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$ |
| ϵ_{c2} (‰) | | | | | 2,0 | | | | | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | videti sliku 3.3 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2} (\text{‰}) = 2,0 + 0,085 (f_{ck} - 50)^{0,53}$ |
| ϵ_{cu2} (‰) | | | | | 3,5 | | | | | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 | videti sliku 3.3 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu2} (\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$ |
| n | | | | | 2,0 | | | | | 1,75 | 1,6 | 1,45 | 1,4 | 1,4 | za $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$ |
| ϵ_{c3} (‰) | | | | | 1,75 | | | | | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 2,2 | 2,3 | videti sliku 3.4 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c3} (\text{‰}) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$ |
| ϵ_{cu3} (‰) | | | | | 3,5 | | | | | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 | videti sliku 3.4 za $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu3} (\text{‰}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$ |

Tabela 3.1: Čvrstoće i deformacijske karakteristike betona

Čvrstoća betona pri zatezanju

EN 1992-1-1

Čvrstoća pri jednoaksijalnom zatezanju

$$f_{ctm} = 0.30f_{ck}^{2/3} \quad \text{Za } \leq \text{C50/60}$$

$$f_{ctm} = 2.12 \ln\left(1 + \left(f_{cm}/10\right)\right) \quad \text{Za } > \text{C50/60}$$

Veza čvrstoće pri jednoaksijalnom zatezanju i pri zatezanju cijepanjem

$$f_{ct} = 0.9f_{ct,sp}$$

Čvrstoća na zatezanje pri savijanju

$$f_{ctm,fl} = \max \left\{ \left(1.6 - \frac{h}{1000} \right) f_{ctm}; f_{ctm} \right\}$$

h –visina poprečnog presjeka u mm

EN 1992-1-1**Porast čvrstoće na zatezanje sa vremenom**

$$f_{ctm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^{\alpha} \cdot f_{ctm}$$

$\beta_{cc}(t)$ prethodno dat izrazom

$\alpha = 1$ za $t < 28$ dana

$\alpha = 2/3$ za $t \geq 28$ dana

Elastične deformacije pri kratkotrajnom opterećenju – modul elastičnosti

EN 1992-1-1

Vrijednosti modula elastičnosti betona E_{cm} , za betone sa agregatom od kvarcita date su u tabeli 3.1, EN 1992-1-1.

Određene su korišćenjem izraza:

$$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0.3}$$

f_{cm} je u MPa, a E_{cm} u GPa

Korekcija zavisno od vrste agregata

Za betone sa agregatom od krečnjaka E_{cm} se smanjuje 10%, a sa agregatom od pješčara smanjuje se 30%. Za betone sa bazaltnim agregatima E_{cm} se povećava 20%.

Promjena modula elastičnosti sa vremenom

EN 1992-1-1

Vrijednost modula elastičnosti betona **starosti t (dana)** može da se odredi prema izrazu:

$$E_{cm}(t) = \left[f_{cm}(t) / f_{cm} \right]^{0.3} E_{cm}$$

Gdje su:

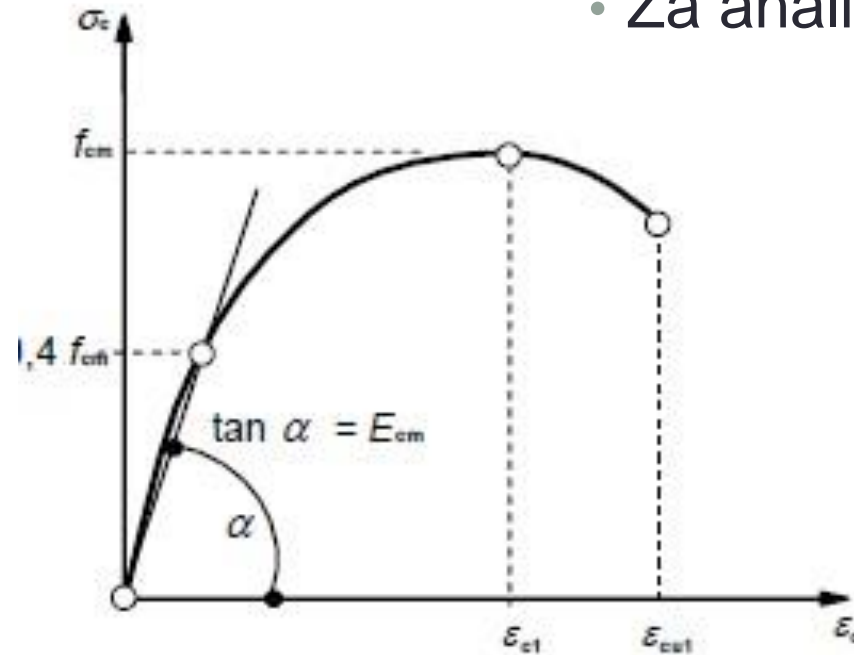
$E_{cm}(t)$, $f_{cm}(t)$ **vrijednosti pri starosti t**

E_{cm} , f_{cm} **vrijednosti pri starosti 28 dana**

Relacije napon-deformacije za beton

EN 1992-1-1

- Za analizu konstrukcija



$$\varepsilon_{c1} (\text{‰}) = 0,7 f_{cm}^{0,31}$$

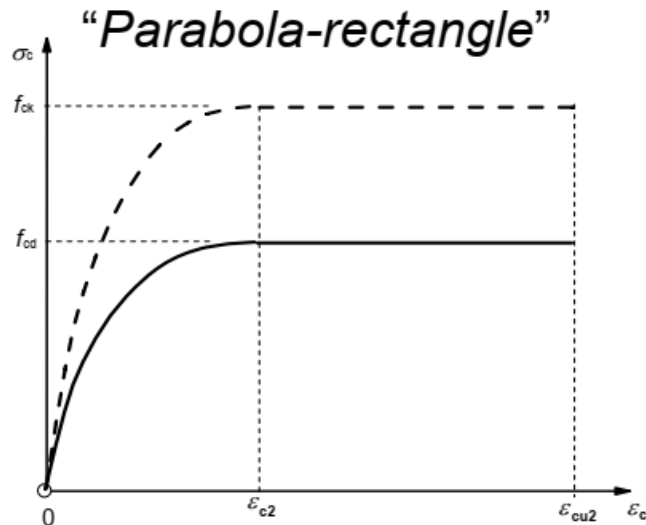
$$\varepsilon_{cu1} (\text{‰}) =$$

$$2,8 + 27 \left[\frac{(98 - f_{cm})}{100} \right]^4 \frac{f_{cm}}{100} \right]^4$$

$$\text{za } f_{ck} \geq 50 \text{ MPa} \quad \text{inače} \quad 3.5$$

Relacije napon-deformacije za beton

EN 1992-1-1



$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \text{ for } 0 \leq \varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \text{ for } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

$$n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4$$

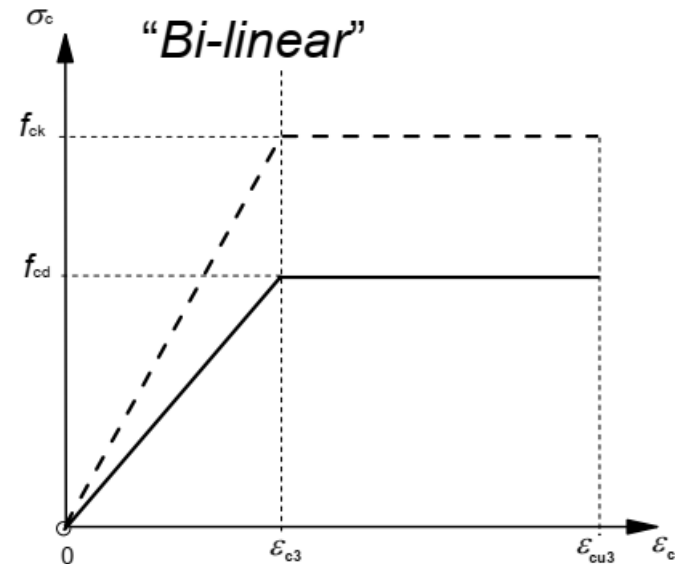
for $f_{ck} \geq 50$ MPa otherwise 2,0

$$\varepsilon_{c2} \text{ (‰)} = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$$

for $f_{ck} \geq 50$ MPa otherwise 2,0

$$\varepsilon_{cu2} \text{ (‰)} = 2,6 + 35 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4$$

for $f_{ck} \geq 50$ MPa otherwise 3,5



$$\varepsilon_{c3} \text{ (‰)} = 1,75 + 0,55 \left[\frac{(f_{ck} - 50)}{40} \right]$$

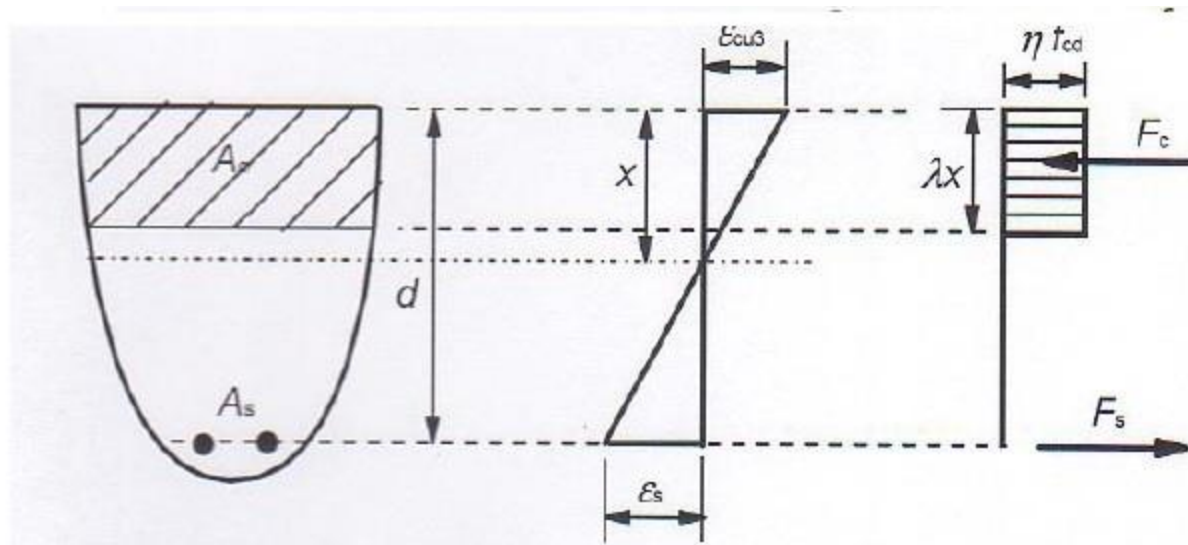
for $f_{ck} \geq 50$ MPa otherwise 1,75

$$\varepsilon_{cu3} \text{ (‰)} = 2,6 + 35 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4$$

for $f_{ck} \geq 50$ MPa otherwise 3,5

EN 1992-1-1

Relacije napon-deformacije za beton



$$\lambda = 0,8 \text{ za } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$$

za $50 \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$

$$\eta = 1,0 \text{ za } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200$$

za $50 \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$

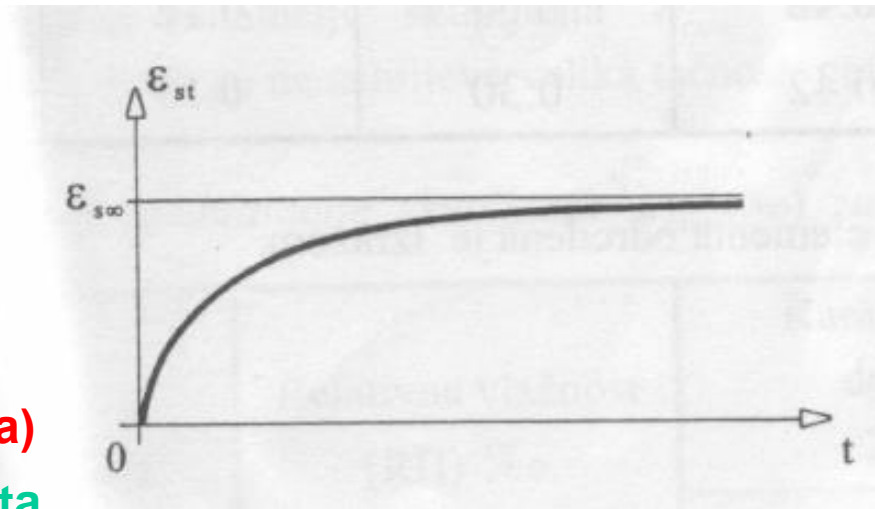
Skupljanje betona

EN 1992-1-1

- Smanjenje zapremine betona koje nastaje tokom procesa hidratacije cementa
- Proces koji se odvija tokom vremena
- Deformacija skupljanja ne zavisi od opterećenja

Na skupljanje utiču:

- uslovi spoljašnje sredine
- dimenzije poprečnog presjeka
- količina, vrsta i finoća mliva cementa
- vodocementni faktor
- njega betona (početak i dužina trajanja)
- vrsta i granulometrijski sastav agregata
- način ugrađivanja i zbijenost betona



Skupljanje betona u funkciji vremena

EN 1992-1-1

Skupljanje betona

- Prema EN 1992-1-1 ukupna deformacija skupljanja (ϵ_{cs}) se sastoji od
 - Deformacije skupljanja usljed sušenja (ϵ_{cd}) – (drying shrinkage strain)
 - Sopstvene deformacije skupljanja (ϵ_{ca}) – (autogenous shrinkage strain)

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$$

Konačna vrijednost deformacije skupljanja usljed sušenja

$\epsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \epsilon_{cd,0}$, pri čemu se $\epsilon_{cd,0}$ može uzeti iz tabele 3.2.

Koeficijent k_h je dat u tabeli 3.3.

Tabela 3.2: Nominalne veličine nesprečenog skupljanja usled sušenja $\epsilon_{cd,0}$ (u ‰) za beton sa cementom CEM klase N

| $f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa) | Relativna vlažnost (u ‰) | | | | | |
|-------------------------------|--------------------------|------|------|------|------|------|
| | 20 | 40 | 60 | 80 | 90 | 100 |
| 20/25 | 0,62 | 0,58 | 0,49 | 0,30 | 0,17 | 0,00 |
| 40/50 | 0,48 | 0,46 | 0,38 | 0,24 | 0,13 | 0,00 |
| 60/75 | 0,38 | 0,36 | 0,30 | 0,19 | 0,10 | 0,00 |
| 80/95 | 0,30 | 0,28 | 0,24 | 0,15 | 0,08 | 0,00 |
| 90/105 | 0,27 | 0,25 | 0,21 | 0,13 | 0,07 | 0,00 |

EN 1992-1-1

Tabela 3.3: Vrednosti k_h u izrazu (3.9)

| h_0 | k_h |
|------------|-------|
| 100 | 1,0 |
| 200 | 0,85 |
| 300 | 0,75 |
| ≥ 500 | 0,70 |

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}$$

h_0 - nominalna dimenzija poprečnog presjeka (mm)

Promjena deformacije skupljanja usljed sušenja tokom vremena je data

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

β_{ds} je dato izrazom (koji se ovdje ne navodi) tako da **za $t=\infty$ $\beta_{ds} \rightarrow 1$**

Sopstvene deformacije skupljanja, ε_{ca} dobija se iz izraza:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty)$$

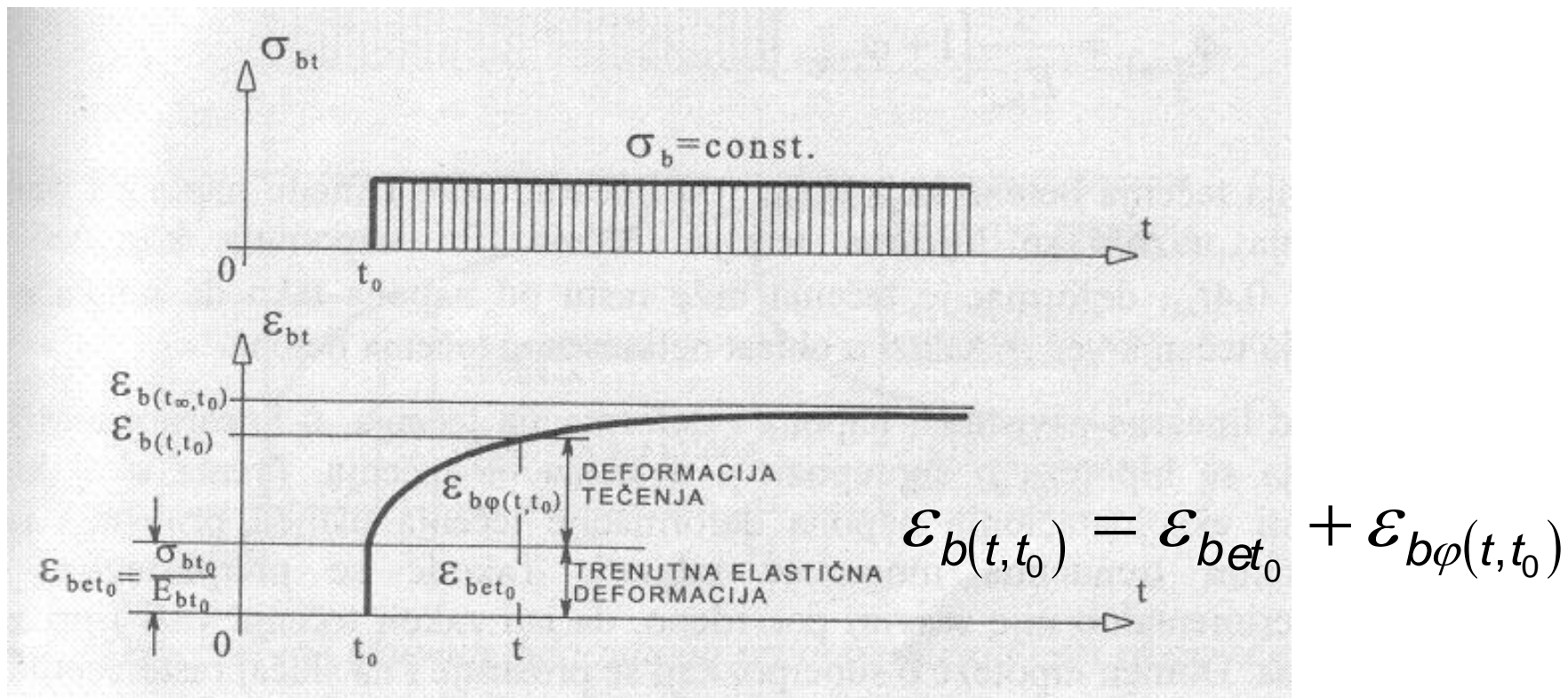
$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5(f_{ck} - 10)10^{-6} \quad \beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5})$$

gdje je t u danima.

Tečenje betona

- Tečenje betona predstavlja porast početne deformacije betona tokom vremena, pri zadržavanju konstantnog opterećenja.

Tečenje betona u funkciji vremena pri konstantnom jednoaksijalnom pritisku prikazano je na dijagramu.



Linearna teorija tečenja

Za početne napone do $\sigma_b = (0.4-0.5)f_{bk}$ može se usvojiti pretpostavka o linearnom tečenju (da je deformacija tečenja proporcionalna početnom naponu).

$$\varepsilon_{b(t,t_0)} = \frac{\sigma_{bt_0}}{E_{bt_0}} (1 + \varphi_{(t,t_0)}) = \sigma_{bt_0} \phi_{(t,t_0)}$$

$\varphi_{(t,t_0)}$ - koeficijent tečenja

$$\varphi_{(t,t_0)} = \frac{\varepsilon_{b\varphi(t,t_0)}}{\varepsilon_{be(t_0)}}$$

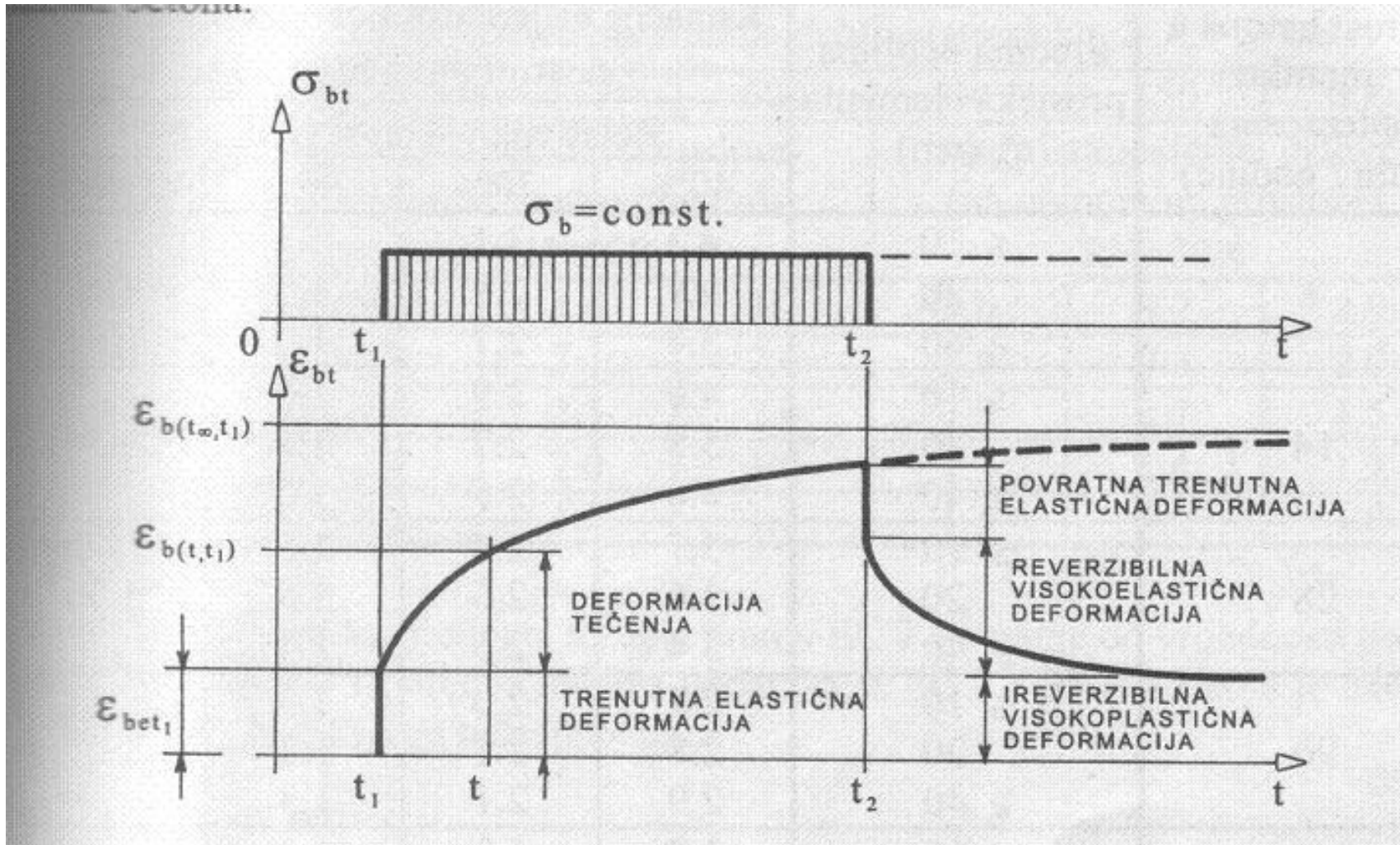
$\phi_{(t,t_0)}$ - funkcija tečenja betona

$$\phi_{(t,t_0)} = \frac{1}{E_{bt_0}} [1 + \varphi_{(t,t_0)}]$$

Kod **linearne teorije tečenja** važi i **pretpostavka o superpoziciji deformacija tečenja**: deformacije tečenja usljed priraštaja napona u različitim trenucima mogu se sabirati.

Pretpostavka o superpoziciji važi i pri zatezanju, kao i u slučaju rasterećenja.

Vremenski tok ukupnih deformacija pri opterećenju i pri rasterećenju



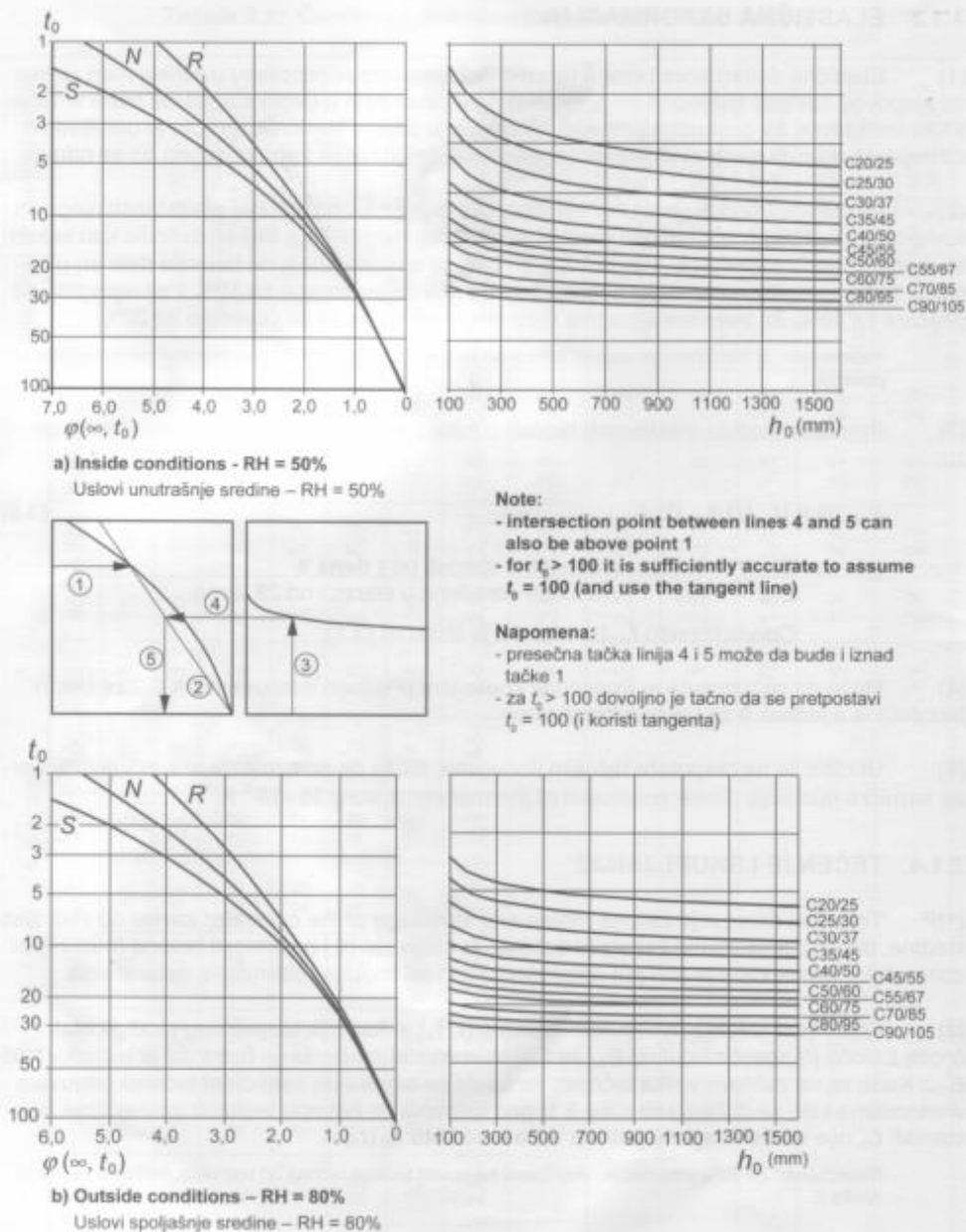
EN 1992-1-1

Proračun deformacije tečenja

- Koeficijent tečenja je u funkciji tangentsnog modula elastičnosti betona E_c , pri čemu je $E_c = 1.05E_{cm}$
- Kad se ne zahtijeva velika tačnost može se usvojiti koeficijent tečenja koji se dobija sa slike 3.1, ako napon pritiska u betonu nije veći od $0.45f_{ck}(t_0)$.
- Proračun koeficijenta tečenja zavisno od vremena dat je u aneksu B, EN 1992-1-1.
- Konačna vrijednost deformacije tečenja betona $\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$, za $t = \infty$, pri konstantnom naponu pritiska σ_c kojem je beton izložen pri starosti t_0 , se može izračunati pomoću izraza:

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \frac{\sigma_c}{E_c}$$

EN 1992-1-1

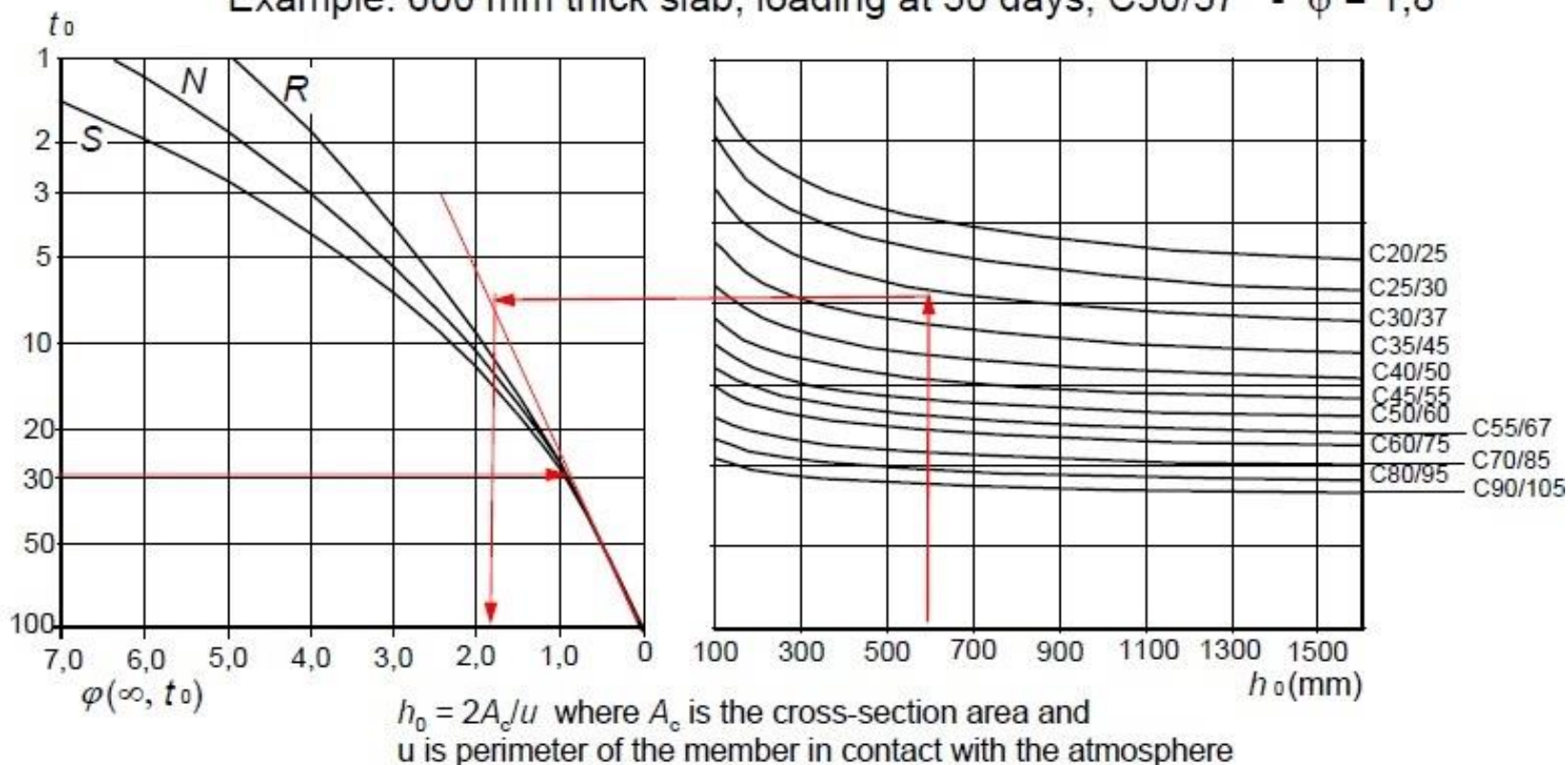


Slika 3.1: Određivanje koeficijenta tečenja $\varphi(\infty, t_0)$ za beton u normalnim uslovima sredine

Creep of concrete (3.1.4)

Inside conditions – RH = 50%

Example: 600 mm thick slab, loading at 30 days, C30/37 - $\varphi = 1,8$



EN 1992-1-1

Vrijednosti prema EN 1992-1-1, važe za temperaturu sredine -40°C i $+40^{\circ}\text{C}$ i srednju relativnu vlažnost između $\text{RH}=40\%$ i $\text{RH}=100\%$.

$\varphi(\infty, t_0)$ konačna vrijednost koeficijenta tečenja

t_0 starost betona u trenutku opterećenja t_0 u danima

$h_0 = 2A_c/u$, gdje je A_c površina poprečnog presjeka betona, a u obim izložen sušenju

S, N, R klase cementa (CEM 32.5N – klasa **S**, CEM 32.5R i CEM 42.5N – klasa **N**, CEM 42.5 R, CEM 52.5 N i CEM 52.5 R – klasa **R**)

Ako je napon pritiska manji pri starosti betona t_0 veći od $0.45f_{ck}(t_0)$ u obzir se uzima **nelinearnost tečenja**.

Nominalni **nelinearni koeficijent tečenja** se može dobiti iz izraza:

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \exp(1.5(k_{\sigma} - 0.45))$$

$\varphi_{nl}(\infty, t_0)$ nominalni nelinearni koeficijent tečenja - koristi se umjesto $\varphi(\infty, t_0)$

k_{σ} odnos napon/čvrstoća $\sigma_c/f_{ck}(t_0)$

ČELIK

za prethodno naprezanje

Zahtjevi kvaliteta

➤ Visoke mehaničke karakteristike

(čvrstoće pri zatezanju 1770 – 1860 MPa)

Usljed reoloških svojstava materijala (betona i čelika), tokom vremena dolazi do pada napona u čeliku, u odnosu na početni napon. Pad napona je **oko 200 MPa**.

Neophodan uslov za postizanje efekata prethodnog naprezanja je da i nakon gubitaka u čeliku za prethodno naprezanje preostane dovoljno veliki napon.

➤ Niska relaksacija

➤ Dovoljna žilavost

➤ Dobra otpornost na koroziju

➤ Otpornost na zamor

Vrste čelika za prethodno naprezanje

Za prethodno naprezanje koriste se: **žice, šipke, užad, kablovi**

Žice za prethodno naprezanje su kružnog poprečnog presjeka prečnika do 12 mm.

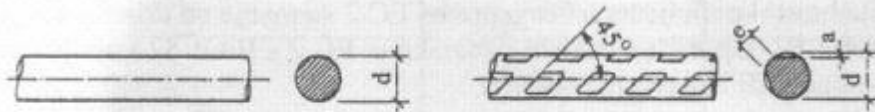
Po obliku (izgledu) mogu biti:

glatke i profilisane

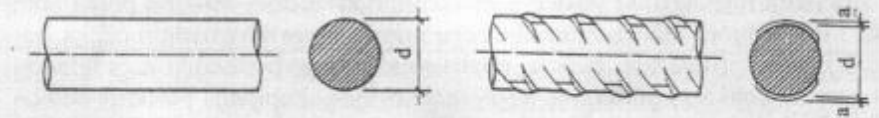
Prema stepenu relaksacije:

žice sa normalnom relaksacijom

žice sa niskom relaksacijom



Slika 3.4 Čelične žice kružnog poprečnog presjeka

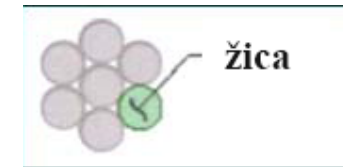
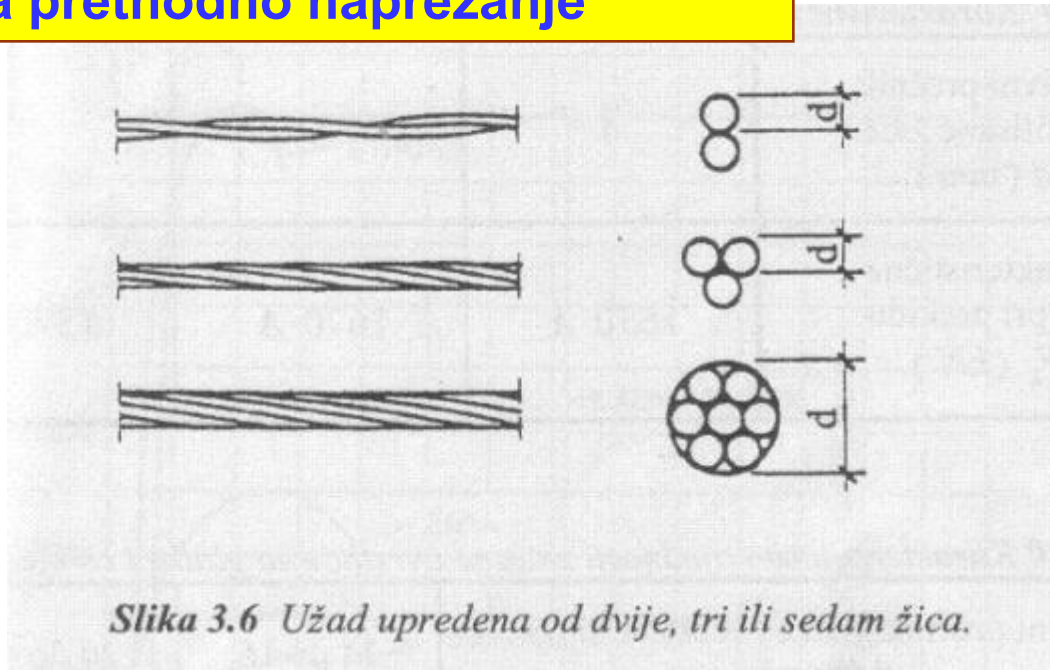


Slika 3.5 Čelične šipke kružnog poprečnog presjeka

Šipke za prethodno naprezanje su kružnog poprečnog presjeka prečnika većeg od 12 mm.

Proizvode se **vrućim valjanjem** i **naknadnom obradom** (vučenjem i naponskim opuštanjem - stabilizacijom)

Užad za prethodno naprezanje



Uže za prethodno naprezanje (strand) se sastoji od **više tanjih žica**. Dobija se upredanjem **dvije, tri ili sedam žica**.

Prema stepenu relaksacije može biti:
 sa normalnom relaksacijom
 sa niskom relaksacijom.

Užad imaju **nazivne prečnike** koji zavise od prečnika žica kao i broja žica u užetu.

Nazivni prečnik užeta može biti od **2 do 16 mm**.

Standardno uže od sedam žica

bez zaštite



sa zaštitom



Za prethodno naprezanje **sa spojem** primjenjuju se užad **bez zaštite**.

Za prethodno naprezanje **bez spoja** primjenjuju se užad **sa zaštitom**.

Kablovi za prethodno naprezanje

Kabl za prethodno naprezanje (tendon) predstavlja **snop paralelnih užadi** koja se smještaju u **jednu zaštitnu cijev**, a na krajevima se povezuju i ankeruju pomoću **kotve**.

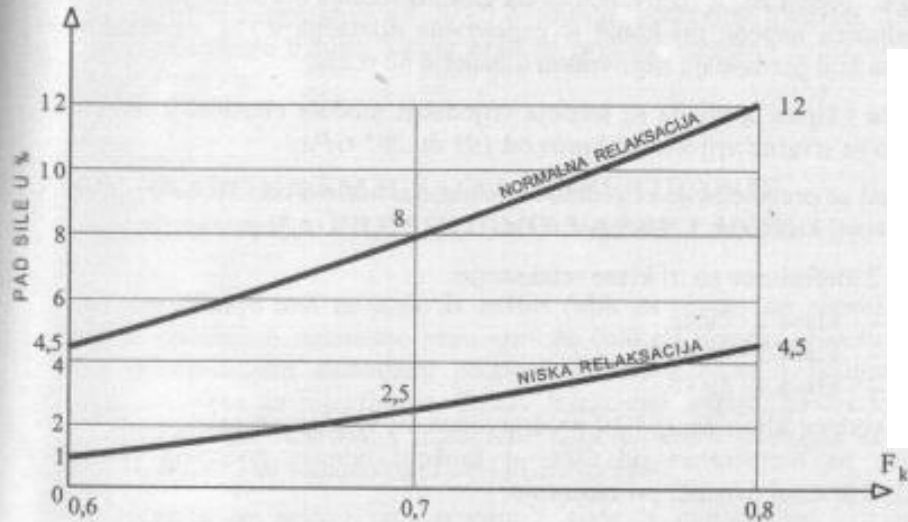
Relaksacija napona u čeliku za prethodno naprezanje

- Relaksacija napona je pad napona u zategnutoj žici koji se dešava pri zadržavanju konstantne deformacije tokom vremena. To je **čista relaksacija**.
- U čeliku za prethodno naprezanje se relaksacija odvija uz istovremeno smanjenje deformacije u odnosu na početnu, usljed efekata skupljanja i tečenja betona. Ukupna relaksacija je u ovom slučaju manja nego kad se početna deformacija ne mijenja. To je **redukovana relaksacija**.
- Relaksacija zavisi od vrste čelika, veličine početnog napona i od temperature.

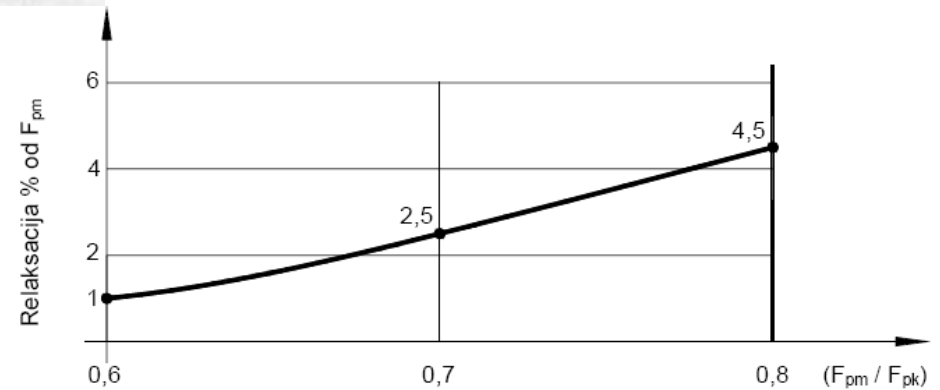
Tabela 3.12 Vrijednosti relaksacije poslije 1000 časova u zavisnosti od početnog napona

| Vrsta čelika | Kvalitet | Vrijednost relaksacije u % pri početnom opterećenju | | |
|---------------|---------------|---|-----|------|
| | | 60% | 70% | 80% |
| Čelične žice | Normalni | 4.5 | 8.0 | 12.0 |
| | Stabilizovani | 1.0 | 2.5 | 4.5 |
| Čelične šipke | | 1.5 | 4.0 | 6.0 |
| Čelična užad | Normalna | 4.5 | 8.0 | 12.0 |
| | Stabilizovana | 1.0 | 2.5 | 4.5 |

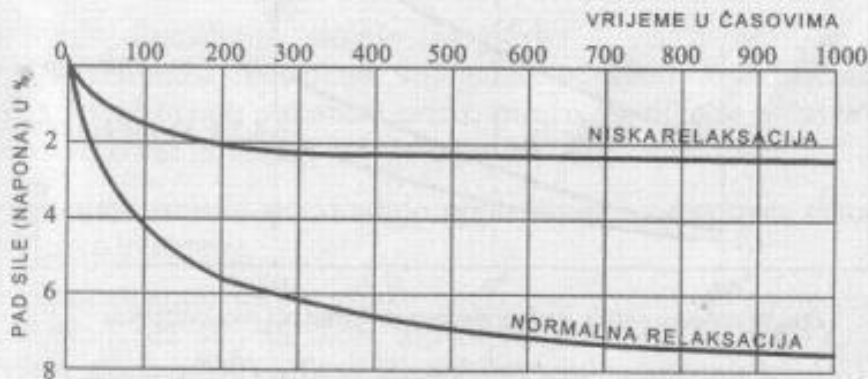
Relaksacija - posle 1000 časova i tokom vremena



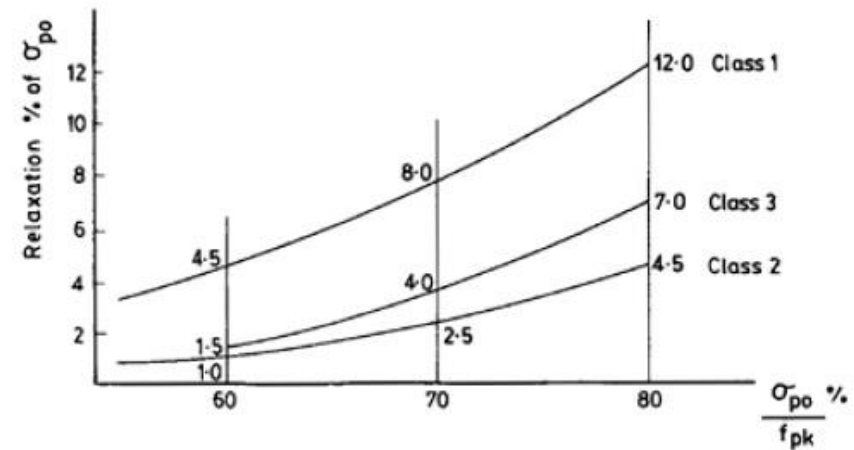
Slika 3.8 Mjera relaksacije u funkciji početnog napona za čeličnu užad



Dijagram relaksacije za čelik niske relaksacije



Slika 3.9 Dijagram relaksacije čeličnih užadi za 1000 h i $0,7 F_k$



Klase relaksacije čelika prema EN1992-1-1

EN 1992-1-1 Relaksacija čelika za prethodno naprezanje

- ❑ U Evrokodu EN 1992-1-1 predviđaju se tri klase relaksacije čelika:
 - Klasa 1: žice ili užad – kablovi sa običnom relaksacijom (ordinary relaxation)
 - Klasa 2: žice ili užad – kablovi sa niskom relaksacijom (low relaxation)
 - Klasa 3: vruće valjane i naknadno obrađene šipke
- ❑ Pri proračunu gubitaka sile prethodnog naprezanja usljed relaksacije koristi se veličina ρ_{1000} kojom se označava gubitak usljed relaksacije u %, 1000 časova poslije zatezanja na srednjoj temperaturi 20°C.
- ❑ Za vrijednost ρ_{1000} može se usvojiti: 8% za klasu 1; 2.5% za klasu 2 ; 4% za klasu 3, ukoliko se ne koriste vrijednosti iz sertifikata.

❑ Gubici sile prethodnog naprezanja usljed relaksacije čelika treba da se odrede primjenom jednog od izraza, zavisno od klase relaksacije čelika:

$$\text{Klasa 1} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 5.39\rho_{1000} e^{6.7\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} 10^{-5}$$

$$\text{Klasa 2} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0.66\rho_{1000} e^{9.1\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} 10^{-5}$$

$$\text{Klasa 3} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 1.98\rho_{1000} e^{8\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0.75(1-\mu)} 10^{-5}$$

- $\Delta\sigma_{pr}$ apsolutna vrijednost gubitka prethodnog naprezanja usljed relaksacije
- σ_{pi} pri naknadnom zatezanju je apsolutna vrijednost početnog napona prethodnog naprezanja $\sigma_{pi} = \sigma_{pm0}$; pri prethodnom zatezanju je maksimalni napon pri zatezanju kabla, umanjen za trenutne gubitke koji nastaju u toku zatezanja
- t vrijeme poslije zatezanja (u časovima)
- $\mu = \sigma_{pi}/f_{pk}$ gdje je f_{pk} karakteristična vrijednost čvrstoće pri zatezanju čelika za prethodno naprezanje
- ρ_{1000} vrijednost gubitaka usljed relaksacije (u %), 1000 časova poslije zatezanja, na srednjoj temperaturi 20°C.

Može se procijeniti da dugotrajne (konačne) vrijednosti gubitaka usljed relaksacije nastaju poslije $t=500000$ časova (57 godina).